TD N°1 : LES ENSEMBLES DE NOMBRES.

I) Puissances de dix : thème 3 p 282

Exercice n°1 : **a**) Ecrire sous forme décimale : 10^{6} ; 10^{-2} ; 10^{2} ; 10^{-5}

b) Ecrire en utilisant une puissance de dix : 1 000 000 ; 50 000 ; 0,001 ; 0,07

c) Sans calculatrice, mettre les produits donnés sous forme décimale :

$71{,}427\times10^{2}$; $71{,}427\times10^{-1}$; $71{,}427\times10^{-3}$; 592×10^{2} ; -5×10^{-3} 40×10^{-2} .

d) Vérifier les résultats du c) à l'aide de la calculatrice : pour $71{,}427\times10^{2}$ taper : $\boxed{7}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{4}\ \boxed{2}\ \boxed{7}\ \boxed{\times10^{x}}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{EXE}}$

Graph 35 + graphique usb : la touche menu permet d'accéder au mode calcul en choisissant RUN·MAT puis appuyer sur $\boxed{\text{EXE}}$

Utiliser le touche $\boxed{\text{AC}}$ pour effacer l'affichage.

e) Recopier et compléter chacune des égalités données : $736{,}42 = 73{,}642\times10^{\cdots\cdots}$ $7{,}3642 = 73{,}642\times10^{\cdots\cdots}$

II) Puissances entières d'un nombre : thème 3 page 282.

Exercice n°2 *(calculatrice interdite sauf pour le c)):* **a**) Ecrire sous forme de puissance : 5x5x5x5, (-0,1)x(-0,1)x(-0,1)

b) Dire si les nombres suivants sont positifs ou négatifs, justifier : $(-2)^{2}$ $(-3)^{5}$ $(-4)^{3}$

c) Vérifier les résultats du b) à l'aide de la calculatrice : pour obtenir$(-2)^{3}$ taper $\boxed{(}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{)}\ \boxed{\wedge}3$.

d) Ecrire sous forme fractionnaire ou décimale 6^{-2} $(-9)^{-2}$ $(-0{,}3)^{-3}$.

Exercice n°3 : **a**) a désigne un nombre non nul. Ecrire sous la forme a^{n} avec n entier relatif : $\left(a^{2}\right)^{3}$, $\dfrac{1}{a^{-3}}$; $\dfrac{a^{2}}{a^{-3}}$; $a\times a^{-2}$

b) Ecrire le nombre suivant sous la forme 5^{n} où n est un entier relatif : $\dfrac{5^{4}\times5^{3}}{5^{9}}$

c) Ecrire le nombre suivant sous la forme 2^{n} où n est un entier relatif : $\dfrac{1}{8}$

Exercice n°4 *:* écrire A sous la forme $2^{n}x5^{m}$ où m et n sont des entiers : a) $A=\dfrac{1}{5^{-3}}$ b) $A=\dfrac{5}{16\times5^{3}}$ c) $A=\dfrac{\left(2^{3}\times5^{4}\right)^{3}}{\left(4\times5^{2}\right)^{4}}$

Simplifier $(-3a)^{2}$ *et* $\left((5a)^{3}\right)^{2}$ http://homeomath.imingo.net/interactif13.htm

III) Calculs dans $\mathbb{Q}$:

1°) Ce qu'il faut savoir : voir thèmes 2 et 5 page 283.

a et b sont deux nombres avec b≠0 : $\dfrac{-a}{-b}=\dfrac{a}{b}$; $\dfrac{a}{-b}=\dfrac{-a}{b}=-\dfrac{a}{b}$

2°) Ce qu'il faut savoir faire :

Exercice n°5 : **a**) Sans calculatrice : écrire sous forme de fractions irréductibles : $\dfrac{-3\times(-11)}{(-11)\times7{,}5}$; $\dfrac{6+2}{6+4}$; $\dfrac{6\times2}{6\times7}$.

b) Avec la calculatrice graph 35 + graphique usb : rendre irréductible la fraction $\dfrac{546}{942}$

Vérifier que le paramétrage est conforme à l'utilisation souhaitée :

Menu RUN·MAT
Ecran configuration ($\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{SET UP}}$) :
Inpout/output : sélectionner $\boxed{\text{Math}}$ (par F1) puis $\boxed{\text{EXE}}$)
Mode : sélectionner : Comp
utiliser la touche ▼du pavé directionnel
Complex Mode : sélectionner Real
Simplify : sélectionner Auto puis $\boxed{\text{EXE}}$
Touche $\boxed{\text{AC}}$ pour effacer l'affichage. Puis 546 942 EXE ou 546 ▼(du pavé directionnel) 942 EXE.

c) Faire de même avec $\dfrac{10500}{23}$

Autre touche utile sur casio : $\boxed{\text{F}\leftrightarrow\text{D}}$

Exercice n°6 : calculer (sans la calculatrice) et présenter le résultat à l'aide d'une fraction la plus simple possible

a) $5\div\dfrac{35}{3}$, $\dfrac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{9}}$, $\dfrac{8}{2}\div2$, $\dfrac{21}{13}\div\dfrac{49}{26}$

b) C=$\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{3}\right)\div\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{2}\right)$; D = $\dfrac{1}{\frac{7}{10}-\frac{9}{13}}$; E = $\dfrac{1+\frac{2}{5}}{\frac{7}{2}-2}$.

IV) Nombres et calculatrices : savoir respecter les ordre de priorités dans un calcul

1°) Rappels :

♦ Attention à ne pas confondre les touches : $\boxed{(-)}$ ou $\boxed{-}$: exemple : taper 2$\boxed{(-)}$ 3 , que constatez vous ?

On utilise la touche $\boxed{(-)}$ pour entrer le signe – devant une valeur négative. Exemple : taper $\boxed{(-)}2\times 3$

Exercice n°7 : on donne $A=\dfrac{5\times 3-7}{5+2\times 3}$.

Expliquer pourquoi la séquence de touches suivantes ne donne pas le résultat du calcul : $\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{3}\boxed{-}\boxed{7}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{\times}\boxed{3}\boxed{\text{EXE}}$

2°) A savoir : calculer une expression avec un quotient ou une racine carrée revient à calculer une expression avec parenthèses .

Exemples : $\dfrac{10+5}{5}=(10+5)\div 5=15\div 5=3$ et $\sqrt{25-16}=\sqrt{(25-16)}=\sqrt{9}=3$

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Pour effectuer un calcul à la calculatrice, il faut souvent remettre les parenthèses non écrites, en particulier sous un radical, au dénominateur et au numérateur d'un quotient.

3°) Applications :

Exercice n°8 : $A=\dfrac{2+3\times 5}{2+3}$; $B=\sqrt{9+7}$

- Effectuer les calculs de A et B à la main.
- Vérifier à l'aide de la calculatrice.

Exercice n°9 : donner à l'aide d'une calculatrice, l'écriture décimale des nombres suivants :

$A=\dfrac{642-29{,}5}{733+1017}=$ .... $B=-\dfrac{2}{4\times 8}=$ …………. $C=\sqrt{56{,}25+16}-8{,}5=$ ....

V) Racines carrées (voir thème 4 page 282 et thème 6 p 283)

Exercice n°10 : simplifier : $2\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}$; $\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}$; $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2$; $\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$; $\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

Exercice n°11 : calculer (utiliser la calculatrice si nécessaire) les valeurs exactes ou des valeurs approchées à 10^{-3} près des nombres : $\sqrt{9+4}$, $\sqrt{9}+\sqrt{4}$, $\sqrt{9}+4$, $9+\sqrt{4}$, $\sqrt{784+441}$. Simplifier $\sqrt{3}+\sqrt{3}$

Exercice n°12 *:* écrire les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible. (On dit que l'on a extrait a du radical) : $\sqrt{75}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{200}$, $3\sqrt{12}-\sqrt{75}$.

Exemple : $\sqrt{540}=\sqrt{9\times 6\times 5\times 2}=\sqrt{9}\times\sqrt{3\times 2\times 5\times 2}=3\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3\times 5}=3\times 2\sqrt{15}=6\sqrt{15}$

Exercice n°13 : simplifier à l'aide des règles de calcul rappelées page 282 : $\sqrt{\dfrac{3}{4}}$; $\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{15}}$

Exercice n°14 : montrer que : $\left(\sqrt{6}+2\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$. Développer $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Exercice n°15 : développer $\left(3+\sqrt{2}\right)^2$, $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$, $\left(3-2\sqrt{3}\right)^2$. Montrer que : $\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2-\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Simplifier : $A=\left(\sqrt{12-3\sqrt{7}}+\sqrt{12+3\sqrt{7}}\right)^2$

VI) Reconnaître la nature d'un nombre :

Donner la nature d'un nombre, c'est indiquer auquel des ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, le plus petit possible, il appartient.

Méthode : on simplifie, si possible, l'écriture du nombre.
On cite le plus petit des ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ auquel il appartient.

Exercice n°16 *:* déterminer la nature des nombres suivants.

a) $-\dfrac{12}{7}$ **b**) $-\dfrac{9}{125}$ **c**) $\dfrac{63}{6}$ **d**) $\dfrac{8^2\times 9^2}{12}$ **e**) $\sqrt{0{,}81}$ **f**) $\sqrt{\dfrac{4}{225}}$ **g**) $\sqrt{\dfrac{98}{2}}$ **h)** $\sqrt{48}$

VII) Résoudre une équation dans un ensemble de nombres particulier :

Exercice n°17 *:* Résoudre dans $\mathbb{N}$, puis dans $\mathbb{Z}$, puis dans $\mathbb{Q}$ et enfin dans $\mathbb{R}$, l'équation 3x – 4 = 0.