Nom : 11 avril 2014

Prénom :

Classe :

Contrôle commun de mathématiques

Tous les résultats doivent être justifiés.

La clarté et la rigueur de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'évaluation de la copie.

L'énoncé devra être rendu avec la copie.

Exercice 1 ? ? points

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A :

Compléter les pointillés pour que l'algorithme suivant soit correct.

Entrées : 8 réels x_A, x_B, x_C, x_D, y_A, y_B, y_C et y_D.

$x_I \leftarrow \dfrac{x_A + x_C}{2}$

$y_I \leftarrow \dfrac{y_A + y_C}{2}$

$x_K \leftarrow \dfrac{x_B + x_D}{2}$

$y_K \leftarrow \dfrac{y_B + y_D}{2}$

si .... **alors**

| Afficher « ABCD est un parallélogramme »

sinon

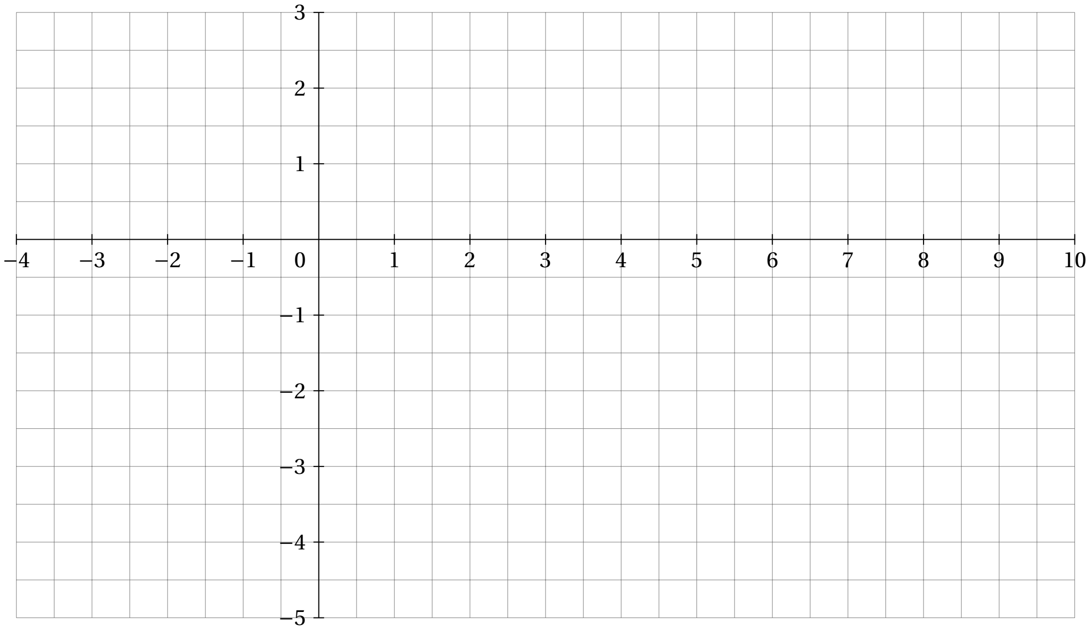
| Afficher « ABCD n'est pas un parallélogramme »

Partie B :

Dans le repère ci-dessous, on considère les points A(4; 2), B(−3; 1), C(2; −4), I milieu de [AC] et G défini par

$$\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

1. Compléter la figure ci-dessous. On laissera apparents les traits de construction du point G.



2. **a.** Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. Vérifier par le calcul que I a pour coordonnées (3; −1) et que G a pour coordonnées (6; −2).

3. Démontrer que les points I, B et G sont alignés.

4. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

5. Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B. Que peut-on en déduire pour le parallélogramme ABCD ?

Exercice 2 ?? points

Les trois parties sont indépendantes.

Partie A :

Cette partie est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Le candidat entourera lisiblement, sans justification, la réponse choisie.
1 point est attribué à chacune des questions. Toute réponse inexacte ou illisible est pénalisée de 0,25 point. Il n'y a pas de pénalité en cas d'absence de réponse. Si le total des points est négatif, la note attribuée à la partie est 0.

1. Si $-5 < x \leqslant 1$ alors

a. $25 < x^2 \leqslant 1$; **b.** $0 \leqslant x^2 < 25$; **c.** $1 \leqslant x^2 < 10$.

2. $x^2 \geqslant 9$ équivaut à

a. $x \geqslant 3$; **b.** $x \leqslant -3$ ou $x \geqslant 3$; **c.** $x \in [0;3]$.

3. Si $1 < x < 2$ alors

a. $1 < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2}$; **b.** $-2 < \dfrac{1}{x} < -1$; **c.** $\dfrac{1}{x} < 1$.

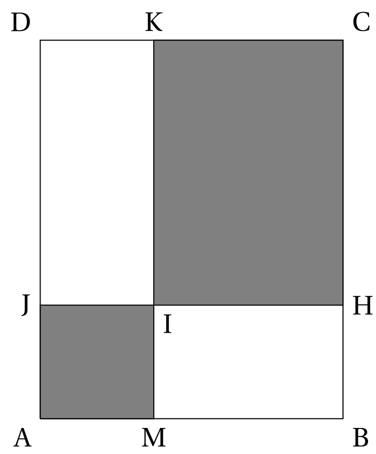
4. Parmi les trois affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

a. Pour tout x réel strictement positif, $x^2 > x$;

b. Pour tout x réel strictement supérieur à 1, $\dfrac{1}{x} < x$;

c. Pour tout x réel strictement positif, $x^2 > \dfrac{1}{x}$.

Partie B :



On considère un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et AD = 10 cm (le dessin ci-contre n'est pas en vrai grandeur).
M est un point variable sur [AB]. On considère le point J de [AD] et le point I tels que AMIJ soit un carré. On note H le point d'intersection des droites (IJ) et (BC) et K le point d'intersection des droites (MI) et (CD).
On pose AM = x et on note $S(x)$ l'aire en cm² de la partie grisée.

1. Donner l'ensemble D de définition de S.

2. **a.** Exprimer en fonction de x l'aire du carré AMIJ.

b. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle IHCK.

c. En déduire que, pour tout x de D, $S(x) = 2x^2 - 18x + 80$.

3. Déterminer les images par S de 5 et de $\frac{2}{3}$.

4. Sur la calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction S. En déduire son tableau de variations.

5. **a.** Montrer que l'équation $S(x) = 40$ équivaut à $2(x-4)(x-5) = 0$.

b. Déterminer, en justifiant, les valeurs de x telles que l'aire grisée soit égale à 40 cm².

Partie C :

Soit f la fonction définie par son tableau de variations :

x	-5	-2	1	$1,5$	2	8
$f(x)$	12	0	-8	0	7	1

1. Comparer, si cela est possible, les nombres suivants :

a. $f(4)$ et $f(6)$; **b.** $f(-3)$ et $f(1,2)$; **c.** $f(0,5)$ et $f(1,1)$.

2. Résoudre, à l'aide du tableau de variations, l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

Exercice 3 ? ? points

Lors de la période des soldes, le directeur d'un magasin a relevé le mode de paiement et le montant des achats de chaque client. Lors de cette période, 1 500 clients ont effectué des achats dont voici la répartition :

- 50% des achats ont été payés par chèque ;
- 70% des achats sont d'un montant inférieur ou égal à 200 € dont 20% sont réglés en espèce ;
- 225 achats réglés par carte sont d'un montant inférieur ou égal à 200 € ;
- 30 achats d'un montant supérieur à 200 € sont réglés en espèce.

1. Compléter alors le tableau ci-dessous que le directeur a commencé :

Mode de paiement	Montant des achats (M)		
	$M \leqslant 200$	$M > 200$	Total
Espèces			
Chèque			
Carte			
Total	1 050		1 500

2. On prend au hasard une facture. On suppose que toutes les factures ont la même probabilité d'être choisie. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Le montant de l'achat dépasse 200 €. » ;

B : « L'achat est réglé par carte et son montant est inférieur ou égal à 200 €. » ;

C : « L'achat est réglé en espèce. »

3. a. Traduire par une phrase les événements $\overline{C}$ et $A \cup C$.

b. Calculer la probabilité des événements $\overline{C}$ et $A \cup C$. Donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible.

4. Le directeur étudie les achats d'un montant supérieur à 200 €. Malheureusement, il perd une des factures. Déterminer la probabilité que l'achat correspondant ait été réglé par carte. Donner une valeur approchée de cette probabilité à 10^{-3} près.