2de5 **Correction de l'évaluation n°5**

Exercice n°1 **:** f est la fonction définie sur I = [-6, 6] par $f(x)=\dfrac{16x-24}{x^2+4}$

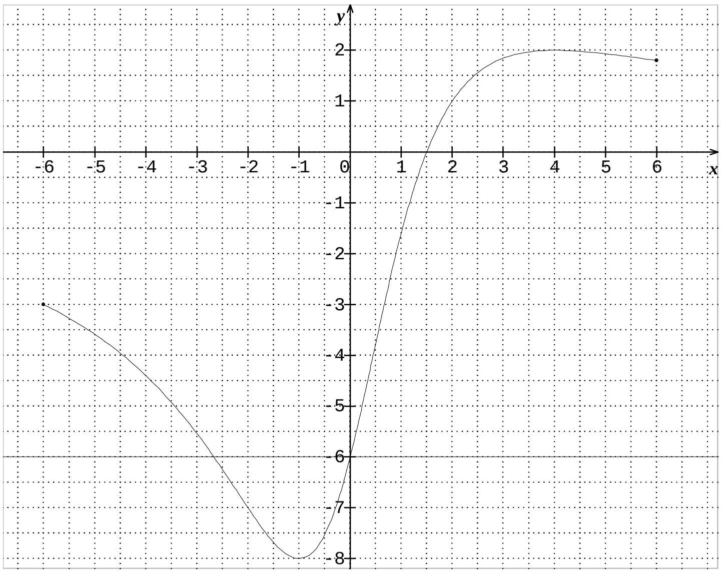
1°) a) Tableau de valeurs .

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	4	6
f(x)	-3	-3,59	-4,4	-5,54	-7	-8	-6	-1,6	1	2	1,8

b) **Tableau de variation** :

x	-6		-1		4		6
Variations de f	-3	↘	- 8	↗	2	↘	1,8

c) graphique



2°) a) L'équation f(x) = 0 a une solution 1,5 .

b) $f(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{16x-24}{x^2+4}=0 \Leftrightarrow 16x-24=0 \text{ et } x^2+4\neq 0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow 16x=24 \text{ et } x^2\neq -4 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$

3°) On cherche les abscisses des points de la courbe situés au dessus de l'axe des abscisses.

L'équation f(x) > 0 a pour ensemble de solutions $]1,5\,;\,6]$.

4°) a) Les solutions de f(x) = -6 sont les abscisses des points d'intersection de la droite d'équation y = - 6 et de la courbe.

L'équation a deux solutions 0 et environ -2,7

b) f(x) =-6 $\Leftrightarrow \dfrac{16x-24}{x^2+4}=-6 \Leftrightarrow \dfrac{16x-24}{x^2+4}+6=0 \Leftrightarrow \dfrac{16x-24}{x^2+4}+\dfrac{6(x^2+4)}{x^2+4}=0 \Leftrightarrow \dfrac{16x-24+6x^2+24}{x^2+4}=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2+16x=0 \text{ et } x^2+4\neq 0 \Leftrightarrow 2x(3x+8x)=0 \text{ et } x^2+4\neq 0 \Leftrightarrow 2x=0 \text{ ou } (3x+8x)=0 \text{ et } x^2+4\neq 0$

f(x) = -6 pour x = 0 ou x = $-\dfrac{8}{3}\approx -2{,}6667$

5°) Résoudre l'inéquation f(x) ≥ -6 c'est chercher les abscisses des points de la courbe situés au dessus de la droite d'équation y = -6

f(x) ≥ -6 pour x appartenant à [-6 ; $-\dfrac{8}{3}$] ∪ [0 , 6]

Exercice n°2 :

1. L'image de 3 par f est **0** ;

2. On ne peut pas comparer f(-6) et f(-3) car f n'est pas monotone sur [-6 , -3] ;
f est strictement décroissante sur [-2 ; 3] donc comme -1 < 2 alors f(-1) > f(2)

3. • Si $-4\leq x\leq 3$ alors $-1\leq f(x)\leq 3$
• -1< f(- 2,5) < 3

4. a et b sont deux nombres tels que $-7\leq a<b\leq -4$.
f(a) > f(b) car f est strictement décroissante sur [-7 ; -4]

5. L'inéquation f(x) < 3 a pour ensemble de solutions ℝ\{-2}.

6. On suppose que f(-3) = 0. f(x) < 0 a pour ensemble de solutions $]-7\,;\,-3[$

7. Tableau de signes :

x	-7		-3		3		5
Signe de f(x)	0	-	0	+	0	+	

8. Soit (P) la proposition : « si x > 3 alors f(x) >0 ».
a) La proposition (P) est vraie.
b) La proposition réciproque de (P) est « si f(x) > 0 alors x > 3 ». Elle est fausse par exemple pour x = -2.

Exercice n°3 :

a) $\dfrac{3x^2-2}{x+1}=\dfrac{2x^2-1}{x+1} \Leftrightarrow \dfrac{3x^2-2}{x+1}-\dfrac{2x^2-1}{x+1}=0 \Leftrightarrow \dfrac{3x^2-2-2x^2+1}{x+1}=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-1}{x+1}=0 \Leftrightarrow \dfrac{(x-1)(x+1)}{x+1}=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0 \text{ et } x+1\neq 0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-1 \text{ et } x\neq 1$

Conclusion : L'équation a pour solution 1.

b) $\dfrac{2x+1}{x-3}=\dfrac{-x+2}{x+1} \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-3}-\dfrac{-x+2}{x+1}=0 \Leftrightarrow \dfrac{(2x+1)(x+1)}{(x-3)(x+1)}-\dfrac{(-x+2)(x-3)}{(x+1)(x-3)}=0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+2x+x+1}{(x-3)(x+1)}-\dfrac{-x^2+3x+2x-6}{(x+1)(x-3)}=0$

$\dfrac{2x+1}{x-3}=\dfrac{-x+2}{x+1} \Leftrightarrow \dfrac{3x^2-2x+7}{(x-3)(x+1)}=0 \Leftrightarrow 3x^2-2x+7=0 \text{ et } (x-3)(x+1)\neq 0$. On ne peut pas poursuivre le calcul.

Exercice n°4 : on considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+3}$. (1)

1°) $\dfrac{x^2+3}{x^2+3}+\dfrac{3x-1}{x^2+3}=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+3}=f(x)$. (2)

2°) $\dfrac{(x+1)(x+2)}{x^2+3}=\dfrac{x^2+2x+x+2}{x^2+3}=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+3}=f(x)$. (3)

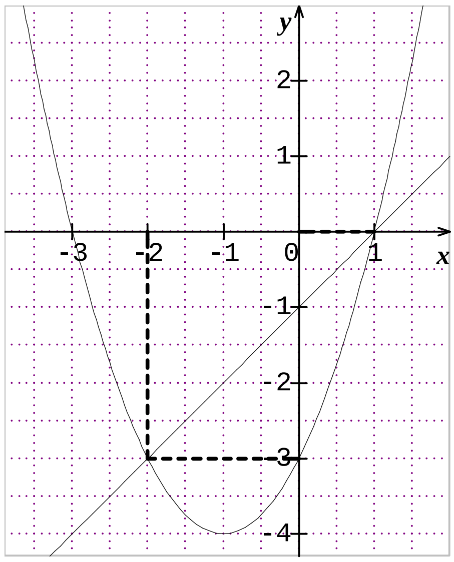
3°) Choisir une des expressions (1), (2), (3) pour répondre à chacune des questions suivantes.

a) f(x) = 0 $\Leftrightarrow \dfrac{(x+1)(x+2)}{x^2+3}=0 \Leftrightarrow (x+1)=0 \text{ ou } (x+2)=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=-2$

b) f(x) = 1 $\Leftrightarrow 1+\dfrac{3x-1}{x^2+3}=1 \Leftrightarrow \dfrac{3x-1}{x^2+3}=0 \Leftrightarrow 3x-1=0 \text{ et } x^2+3\neq 0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$

Exercice n°5 : la courbe C ci-contre représente une fonction f définie sur ℝ **par** $f(x)=x^2+2x-3$

Partie A : utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes.



1. Le minimum de f est-4, il est atteint pour x = -1

2. a) f(x) < -3 pour $x\in\left]-2\,;0\right[$

b) f(x) ≤ - 4 pour x = -1

3. Tableau de signes :

x	- ∞ -3 1 + ∞
Signe de f(x)	+ 0 - 0 +

4. Soit la fonction g définie sur ℝ par g(x) = x - 1 et soit D sa représentation graphique

a. En vous aidant éventuellement de votre calculatrice, tracer D sur le graphique ci-contre

b f(x) = g(x) a deux solutions - 2 et 1

c. On cherche les abscisses des points de la courbe situés en dessous la droite f(x) < g(x) a pour ensemble de solutions]-2 ; 1[.

Partie B : On rappelle que $f(x)=x^2+2x-3$ et que g(x) = x - 1.

1. $f(-1)=(-1)^2+2\times(-1)-3=1-2-3=-4$

$f(x)-(-4)=x^2+2x-3+4=x^2+2x+1=(x+1)^2$. Un carré est toujours positif donc pour tout réel x, $f(x)-(-4)\geq 0$ donc $f(x)\geq -4$

2. $f(x)-g(x)=x^2+2x-3-(x-1)=x^2+x-2$

(x-1)(x+2) = $x^2+2x-x-2=x^2+x-2$. On a bien $f(x)-g(x)=(x-1)(x+2)$

3. f(x) – g(x) = 0 $\Leftrightarrow (x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow (x-1)=0 \text{ ou } (x+2)=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-2$

f(x) = g(x) a deux solutions -2 ou 1.

Le résultat obtenu est-il cohérent avec celui obtenu dans le 4°) b) : justifiez.