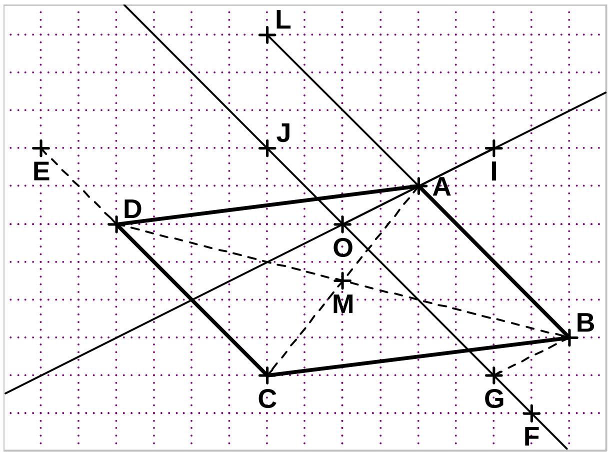
2de5 **Correction de l'évaluation n°4**



Exercice n°1 : Le plan est muni d'un repère (O,I,J).

1°) Par lecture graphique : E (-1 ; 2) et F (0 ; -2,5).

2°) A ($\frac{1}{2}$,0), B $\left(\frac{1}{2}\,;-2\right)$, D(-1 , 1) : voir figure.

3°) M est le milieu de [BD]

On en déduit que : $x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{\frac{1}{2}-1}{2} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{2} = -\dfrac{1}{4}$

et $y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{-2+1}{2} = -\dfrac{1}{2}$ donc $\boxed{M\left(-\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{2}\right)}$

4°) ABCD est un parallélogramme donc les diagonales ont le même milieu et donc M est le milieu de [AC].

On en déduit que : $x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2}$ donc $2x_M = x_A + x_C$ c'est-à-dire $x_C = 2x_M - x_A = 2\times\left(-\dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{1}{2} = -1$

De même $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2}$ donc $2y_M = y_A + y_C$ c'est-à-dire $y_C = 2y_M - y_A = 2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right) - 0 = -1$

Conclusion : $\boxed{\textbf{C (-1 ;- 1)}}$

5°) Dans le repère (A, I, B) : $\boxed{A\ (0\ ;\ 0)\ ;\ I(1\ ;\ 0)\ ;\ B\ (0\ ;\ 1)\ ;\ J\left(-1\,;-\frac{1}{2}\right)\ ;\ F\ \left(-1\ ;\ \frac{5}{4}\right)\text{ et } E\ (-3\ ;\ -1).}$

Exercice 2 : le plan est muni d'un repère (O,I,J).

Partie A :

1°) Etude d'un exemple : A (-1 ; 3) et B (-2 ; 5)

C est le symétrique de B par rapport à A donc A est le milieu de [BC].

On en déduit que : $x_A = \dfrac{x_B + x_C}{2}$ donc $2x_A = x_B + x_C$ c'est-à-dire $x_C = 2x_A - x_B = 2\times(-1) + 2 = 0$

et $y_A = \dfrac{y_B + y_C}{2}$ donc $2y_A = y_B + y_C$ c'est-à-dire $y_C = 2y_A - y_B = 2\times 3 - 5 = 1$

Conclusion : $\boxed{C(0,1)}$

2°) Cas général : A (x_A,y_A) et B(x_B,y_B) sont deux points du plan.
C (x_C,y_C) est le symétrique de B par rapport à A.
D'après le 1°) $\boxed{x_C = 2x_A - x_B \text{ et } y_C = 2y_A - y_B}$

3°) Début
Entrée
Demander la valeur de x_A, y_A, x_B, y_B
Traitement
Afficher « l'abscisse de C est »
Afficher $2x_A - x_B$.
Afficher « l'ordonnée de C est »
Afficher $\boxed{2y_A - y_B}$.
Fin

Partie B : on considère les points $A\left(\frac{5}{2}\,;\frac{5}{2}\right)$, B(3,1) , D(-1,1) et E (6,4)

1°) D'après le 3°) de la partie A : $x_C = 2x_A - x_B = 2\times\dfrac{5}{2} - 3 = 5 - 3 = 2$ et $y_C = 2y_A - y_B = 2\times\dfrac{5}{2} - 1 = 4$.

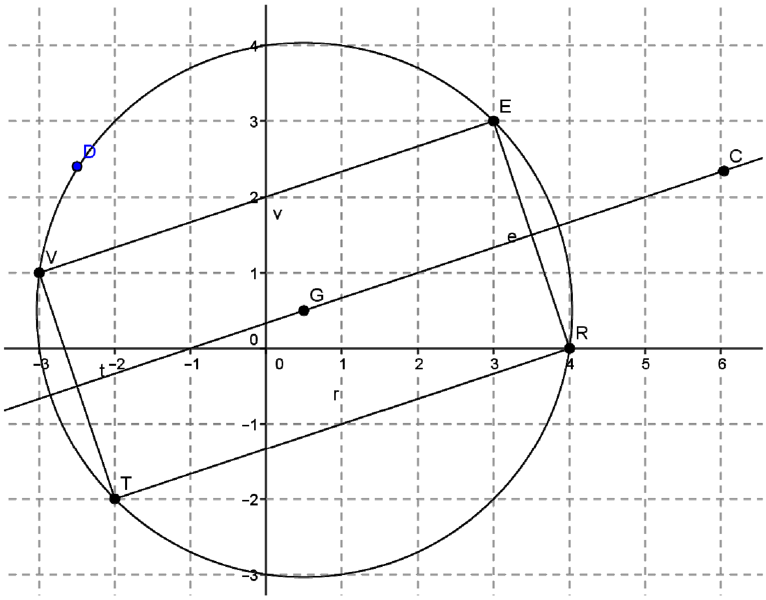
Conclusion : $\boxed{C(2\ ;\ 4)}$

2°) Soit K le milieu de [DE] : K $\left(\dfrac{-1+6}{2}\,;\dfrac{1+4}{2}\right) = \left(\dfrac{5}{2}\,;\dfrac{5}{2}\right)$.

On constate que K et A ont les même cordonnées donc K = A.
Donc A est le milieu de [DE] .
D'après le 1°) A est aussi le milieu de [BC] donc les diagonales du quadrilatère BDCE se coupent en leur milieu.
Conclusion : $\boxed{\text{le quadrilatère BDCE est un parallélogramme}}$.

Exercice n°3 : V (-3 ; 1), E(3 ; 3), R (4 ; 0) et T(-2, ; -2).

1)



2) $VE = \sqrt{(3+3)^2+(3-1)^2} = \sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$RE = \sqrt{(3-4)^2+(3-0)^2} = \sqrt{(-1)^2+3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$VR = \sqrt{(4+3)^2+(0-1)^2} = \sqrt{7^2+1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

VE² + RE² = 40 + 10 = 50 et VR² = 50 donc VE² + RE² =VR²
Conclusion : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle VER est rectangle en E}}$.

3) Le triangle VER est rectangle en E, donc le centre du cercle circonscrit au triangle VER est le milieu G de [VR] :
G a pour coordonnées $\left(\frac{-3+4}{2} ; \frac{1+0}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$.

On sait aussi que l'hypoténuse est un diamètre du cercle donc son rayon est $\frac{VR}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3{,}536$

4) D est le point de coordonnées (-2,5 ; 2,4).

GD = $\sqrt{\left(\frac{1}{2}+2{,}5\right)^2+\left(\frac{1}{2}-2{,}4\right)^2} = \sqrt{(3)^2+(-1{,}9)^2} = \sqrt{9+3{,}61} \approx 3{,}551 >$ GR

Donc D est à l'extérieur du cercle.

5) $\rightarrow$ E et R appartiennent au cercle de centre G et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ donc GE = GR
Par conséquent G est sur la médiatrice Δ de [ER].

$\rightarrow$ $CE = \sqrt{(3-6)^2+(3-2{,}3)^2} = \sqrt{(-3)^2+0{,}7^2} = \sqrt{9+0{,}49} = \sqrt{9{,}49}$

$CR = \sqrt{(4-6)^2+(0-2{,}3)^2} = \sqrt{(-2)^2+(-2{,}3)^2} = \sqrt{4+5{,}29} = \sqrt{9{,}29}$

CE ≠ CR donc C n'est pas sur la médiatrice de [ER]

6) Soit K le milieu de [ET] donc K a pour coordonnées $\left(\frac{3-2}{2} ; \frac{3-2}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

On constate que K = G.
Par suite les diagonales du quadrilatère VERT se coupent en leur milieu et donc VERT est un parallélogramme.
De plus VER est un triangle rectangle donc VERT est un rectangle.
Comme $VE \neq ER$, VERT n'est pas un carré.