

Exercice n°1 : $\left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 3x^2 + x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{9} = 3x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

Exercice n°2 : $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$.

Exercice n°3 : $A(x) = (2x+1)(2-3x) - (2-3x)(x-5)$

1°) $A(x) = 4x - 6x^2 + 2 - 3x - (2x - 10 - 3x^2 + 15x) = x - 6x^2 + 2 - 17x + 10 + 3x^2$
 $A(x) = -3x^2 - 16x + 12$

2°) $A(x) = (2x+1)(2-3x) - (2-3x)(x-5) = (2-3x)((2x+1)-(x-5)) = (2-3x)(2x+1-x+5)$
 $A(x) = (2-3x)(x+6)$

En développant la forme factorisée, on obtient $(2-3x)(x+6) = 2x+12-3x^2-18x = -3x^2-16x+12$.
 On retrouve bien le résultat obtenu dans la question précédente.

3°) a) On choisit la forme développée et on obtient $A(0) = -3 \times 0^2 - 16 \times 0 + 12 = 12$

b) $A(12) = -3 \times 12^2 - 16 \times 12 + 12 = -612$

Exercice n°4 : on donne $B(x) = 25 - (2x+1)^2$

1°) $B(x) = 25 - (4x^2 + 4x + 1) = 25 - 4x^2 - 4x - 1 = -4x^2 - 4x + 24$.

2°) $B(x) = 25 - (2x+1)^2 = 5^2 - (2x+1)^2$

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ donc

$$B(x) = (5 - (2x+1))(5 + (2x+1)) = (-2x+4)(6+2x) = 2(-x+2) \times 2 \times (3+x) = 4(2-x)(x+3)$$

En développant la forme factorisée, on obtient $(-2x+4)(6+2x) = -12x - 4x^2 + 24 + 8x = -4x^2 - 4x + 24$

On retrouve bien le résultat obtenu dans la question précédente.

Exercice n°5.

$$C(x) = (3x-2)(x+2) - (3x-2) = (3x-2)(x+2) - (3x-2) \times 1 = (3x-2)((x+2)-1) = (3x-2)(x+2-1) = (3x-2)(x+1)$$

$$D(x) = 49x^2 - 64 = (7x)^2 - 8^2 = (7x-8)(7x+8)$$

$$E(x) = (3x-6) - (x+1)(x-2) = 3(x-2) - (x+1)(x-2) = (x-2)(3-(x+1)) = (x-2)(2-x) = (x-2) \times (-(x-2)) = -(x-2)^2$$

$$F(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (2x+3)(x-2) = (2x+3)^2 - (2x+3)(x-2) = (2x+3)(2x+3-(x-2)) = (2x+3)(2x+3-x+2) = (2x+3)(x+5)$$

$$G(x) = (x-2)(x+1) + (2-x)(3+x) = (x-2)(x+1) - (x-2)(3+x) = (x-2)(x+1-(3+x)) = (x-2)(x+1-3-x) = -2(x-2)$$

Exercice n°6 : dans chacun des cas suivants, déterminer le domaine de définition de la fonction f :

1. $f(x) = \frac{19x+38}{4x-5}$. f est définie si et seulement si $4x-5 \neq 0$

Conclusion : $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{4} \right\}$

2. $f(x) = \sqrt{7-9x}$. f est définie si et seulement si $7-9x \geq 0$, c'est à dire si et seulement si $7 \geq 9x$

Autrement dit $\frac{7}{9} \geq x$

Conclusion : $D_f = \left] -\infty ; \frac{7}{9} \right]$

3. $f(x) = \frac{4}{x^2+2x+1} = \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{4}{(x+1)(x+1)}$. f est définie si et seulement si $(x+1) \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Exercice n°7 : h est la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 3x+9$.

Déterminer l'antécédent de 4 revient à résoudre l'équation $h(x) = 4$.

$$h(x) = 4 \Leftrightarrow 3x+9 = 4 \Leftrightarrow 3x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$$

Conclusion : l'antécédent de 4 par h est $-\frac{5}{3}$

Exercice n°8 :

1) l'image de -1 est -2,5 ; l'image de 1 est 0 ; l'image de 5 est -1,5

2) -1 a quatre antécédents : -4 ; -2 ; 0,5 ; 4,75.

2 a un antécédent 2,5

3 n'a pas d'antécédent.

Exercice n°9 : Soit f la fonction définie sur $[-2,5 ; 4,5]$ par $f(x) = (1-x)^2 - 4$: **Forme 1**

Partie A

1°) Tableau de valeurs obtenu avec la calculatrice :

x	-2,5	-2	-1	0	0,5	1	1,5	2	3	4	4,5
f(x)	8,25	5	0	-3	-3,75	-4	-3,75	-3	0	5	8,25

2°) Voir graphique.

$$3°) f\left(\frac{1}{4}\right) = \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 - 4 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 4 = \frac{9}{16} - 4 = -\frac{55}{16} = -3,4375 \neq -3,4$$

Conclusion : le point de coordonnées $\left(\frac{1}{4}; -3,4\right)$ n'appartient pas à la courbe C.

4°) a) $f(x) = 5$.

On cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = 5$.
D'après le graphique l'équation a deux solutions -2 et 4.

b) $f(x) = 0$ a deux solutions -1 et 3

c) $f(x) = -4$ a une solution 1

d) $f(x) = -4,5$ n'a pas de solution.

5°) L'équation $f(x) = \sqrt{2}$ a deux solutions dont les valeurs approchées à 10^{-2} près sont -1, 33 et 3,33.

Graph 35+ : à l'aide de G-Solv et Isct on détermine les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = \sqrt{2}$ (entrée en Y2)

Partie B : On donne deux autres formes de la même fonction f :

Forme 2 : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et **Forme 3** : $f(x) = (x+1)(x-3)$

1°) forme 1 : $f(x) = (1-x)^2 - 4 = 1 - 2x + x^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$

Forme 3 : $f(x) = (x+1)(x-3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$
on obtient bien la forme 2 dans les deux cas..

2°) a) $f(0) = 0^2 - 2 \times 0 - 3 = -3$

$$f(\sqrt{2}) = 2 - 2\sqrt{2} - 3 = -1 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2} - 3 = \frac{9}{4} - 3 - 3 = \frac{9}{4} - 6 = \frac{9}{4} - \frac{24}{4} = -\frac{15}{4}$$

b) les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

On utilise la forme factorisée : $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow ((x+1) = 0 \text{ ou } (x-3) = 0) \Leftrightarrow (x = -1 \text{ ou } x = 3)$

Conclusion : les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont -1 et 3

c) les antécédents de -3 sont les solutions de l'équation $f(x) = -3$.

On utilise la forme développée

$$f(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = -3$$

$$f(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$f(x) = -3 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$$

$$f(x) = -3 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } (x-2) = 0$$

Conclusion : l'équation $f(x) = -3$ a deux solutions 0 et 2

d) Pour résoudre l'équation $f(x) = -4$ on utilise la forme 1.

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow (1-x)^2 - 4 = -4$$

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow (1-x)^2 = 0$$

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow (1-x)(1-x) = 0$$

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow (1-x) = 0$$

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow x = 1$$

Conclusion : l'équation $f(x) = -4$ a une solution 1

