FORME CANONIQUE D'UN POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ : EXERCICES.

I) Révisions :

1°) Connaître et utiliser les règles de distributivité

Exercice n°1 **:** développer en utilisant les règles de distributivité
• $A(x) = 2(3x + 5)$ • $B(x) = (-4)(-2x - 1)$ • $C(x) = (a + 3)(c + 2)$ • $D(x) = 3 + a(2a - 1)$ • $E(x) = (x – 3)(x^2 – x + 3)$

2°) Reconnaître les identités remarquables :

Egalité 2 : pour tous nombres a et b :	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Egalité 3 : pour tous nombres a et b :	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Egalité 4 : pour tous nombres a et b :	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exercice n°2 **:**
a) Développer et réduire
$(2a - 3)^2$ $(5 - 3x)(5 + 3x)$ $(1 - x)^2$ $(x - 1)^2$ $(3x - 2)^2$
b) Compléter les égalités de la façon la plus simple possible :
$(x + …)^2 = … + … + 25$ $(… - 2a)^2 = … - 12a + …$ $(… - 1)^2 = … - 8x + …$
$(… + …)^2 = 4a^2 + … + 16$ $(… + …)^2 = 25x^2 + 20x + …$ $3(… + …)^2 = 27x^2 + … + 3$

3°) Supprimer des parenthèses :

Exercice n°3 **:** simplifier
$F = - (-1 + a) + (3 - a) - (7 - a) + (-a + 2)$ $G = 3(2a + b) + 2(b - 3 - 3a) - 3(b - 2)$ $H = (3x - 4)(2x - 1) - (2x - 6)(x + 4)$
$I = (2x - 1)^2 - (3x - 2)(3x + 2) - (x - 4)(3x - 1)$ $J = \dfrac{2x-4}{3} - \dfrac{x+1}{2} - 1$

4°) Montrer une égalité. ***Exercice n°4*** : Montrer que pour tout réel x on a : $(x+3)^2 + x^2 = 2x(x+3) + 9$.

II) Forme canonique :

Exercice n°5 *:* f, g et h sont les fonctions définies sur ℝ par $f(x) = -2(x-1)^2 + 4$, $g(x) = 2(x-1)^2 + 4$ et $h(x) = x^2 - 4x$

a) Attribuer à chacune des fonctions, l'une des fenêtre graphiques ci-dessous.

Fenêtre 1 : V-Window	**Fenêtre 2** : V-Window	**Fenêtre 3** : V-Window
Xmin : -1	Xmin : -1	Xmin : -2
max : 3	max : 5	max : 4
scale : 1	scale : 1	scale : 1
dot : 0,03174603	dot : 0,04761904	dot : 0,04761904
Ymin : 3	Ymin : -5	Ymin : -14
max : 12	max : 5	max : 5

b) tracer à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de chaque fonction f, g et h.

Exercice n°6 **:** en vous inspirant des exercices 6 et 7 du TD n°1, dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = x^2 - 4x - 9$ **2)** $f(x) = x^2 + 6x + 13$ **3)** $f(x) = x^2 + x + \dfrac{1}{4}$

- **a**) écrire le polynôme f(x) sous forme canonique
- **b**) décrire la courbe représentative de f (allure, coordonnées du sommet, axe de symétrie) et dresser le tableau de variation de f.
- **c**) lorsque cela est possible écrire f(x) sous forme factorisée
- **d**) résoudre f(x) = 0
- **e**) Vérifier les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice.

Exercice n°7 **:** On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = -2(x-5)^2 + 72$

1. Donner la forme développée (ou réduite) de f(x).
2. Démontrer que la forme factorisée de f(x) est -2(x-11)(x+1)
3. Dans chaque situation choisir la forme la plus appropriée pour répondre à la question posée.
a) Calculer l'ordonnée du point d'abscisse 0 en utilisant la forme la plus adaptée..
b) Etablir le tableau de variation de f sur ℝ en utilisant la forme la plus adaptée.
c) Etablir le signe de f(x) sur ℝ en utilisant la forme la plus adaptée.

Méthode :

La **forme réduite** d'un trinôme P permet de calculer rapidement l'ordonnée du point d'abscisse 0, c'est-à-dire P(0). La **forme canonique** permet de déterminer l'extremum correspondant au sommet S La **forme factorisée** quand elle existe permet de déterminer les racines et le signe du trinôme.

4. Utiliser le logiciel de calcul formel XCAS pour vérifier des résultats obtenus par le calcul : voir **TP INFO n°2**.

Pour s'entraîner : exercice n°56 p 24.