Exercice n°1 :

1°) L'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -2 est 4 donc : $f(-2) = 4$ (cf le point C)

2°) $f'(-8)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse -8, c'est à dire de la droite T (cf graphique).

Par lecture graphique, on obtient : $f'(-8) = -9$.

$f'(-4)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point E d'abscisse -4, c'est à dire de la droite T'.

Par lecture graphique, on obtient $f'(-4) = 3$.

3°) L'équation réduite de T est $y = f'(-8)(x+8) + f(-8)$.

D'après le 1°) $f'(-8) = -9$. De plus $f(-8) = 4$ (lecture graphique).

Donc $y = -9(x+8) + 4$

Conclusion : l'équation réduite de T est : $y = -9x - 68$;

4°)

a) On cherche les abscisses des points de la courbe situés sur la droite d'équation $y = 4$.

$f(x) = 4$ a deux solutions -8 et -2

b) On cherche les abscisses des points de la courbe ayant une tangente parallèle à l'axe des abscisses :

$f'(x) = 0$ a deux solutions -6 et -2.

c) On cherche les intervalles sur lesquels la fonction est strictement croissante :

$f'(x) > 0$ pour x appartenant à $]-6, -2[$.

La droite T est la tangente en A à la courbe C_f et la droite T' est la tangente en E à la courbe C_f

Exercice n°2 :

1°) $f(x) = -\frac{2}{3} \times 3x^2 - \frac{1}{2} \times 2x + 6$: f est une fonction polynôme donc f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Conclusion : $f'(x) = -2x^2 - x + 6$

2°) a) Une équation de la tangente T_A à C au point A $(0; f(0))$ est $y = f'(0)(x-0) + f(0)$.

Or $f'(0) = 6$ et $f(0) = 3$ donc $y = 6x + 3$

Exercice n°3 : dans chacun des cas, déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité de f puis la dérivée de la fonction f :

1°) $f(x) = \frac{3-x}{2x+1}$ donc $f'(x) = \frac{-(2x+1) - (3-x) \times 2}{(2x+1)^2} = \frac{-7}{(2x+1)^2}$

2°) $f(x) = x \times \cos x$

f est de la forme $f = uv$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = \cos x$ donc $f' = u'v + uv'$.

C'est-à-dire $f'(x) = \cos x - x \sin x$.

3°) $f(x) = (3x^2 + 2x)^2$: f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On pose $u(x) = 3x^2 + 2x$ donc $u'(x) = 6x + 2$

$f = u^2$ donc $f' = 2uu'$. $f'(x) = 2(3x^2 + 2x)(6x + 2)$.

Conclusion : $f'(x) = 4(3x+1)(3x^2 + 2x)$

4°) $f(x) = 2x + 2 - \frac{2}{3x-1} = 2x + 2 - 2 \times \frac{1}{3x-1}$

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

On pose $v(x) = 3x-1$ donc $v'(x) = 3$

On sait que $\left(-2 \times \frac{1}{v} \right)' = -2 \times \left(-\frac{v'}{v^2} \right)$.

donc $f'(x) = 2 - 2 \times \left(-\frac{3}{(3x-1)^2} \right)$.

Conclusion : $f'(x) = 2 + \frac{6}{(3x-1)^2}$

5°) $f(x) = \frac{1-3x}{(x-2)^2}$ (écrire le numérateur sous forme d'un produit de facteurs)

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

On pose $u(x) = 1 - 3x$ et $v(x) = (x - 2)^2$

$u'(x) = -3$

De plus v est de la forme w^2 donc $v' = 2w w'$ soit $v'(x) = 2 \times (x - 2) \times 1 = 2(x - 2)$.

$f = \frac{u}{v}$ donc $f' = \frac{u'v - uv'v^2}$

donc $f'(x) = \frac{-3 \times (x-2)^2 - (1-3x) \times 2(x-2)}{((x-2)^2)^2} = \frac{(x-2)[-3 \times (x-2) - 2(1-3x)]}{((x-2)^2)^2}$

Donc $f'(x) = \frac{(x-2)(-3x+6-2+6x)}{((x-2)^2)^2}$.

Conclusion : $f'(x) = \frac{(x-2)(3x+4)}{(x-2)^4}$

6°) $f(x) = (-2x + 3)^4$. f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = u(-2x+3)$ où u est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^4$.

On en déduit que $f'(x) = -2u'(-2x+3)$.

Or pour tout réel x, $u'(x) = 4x^3$ donc $f'(x) = -2 \times 4 \times (-2x + 3)^3$.

Conclusion : $f'(x) = (-8)(-2x + 3)^3$

7°) $f(x) = \sqrt{5-3x}$

$f(x) = u(5-3x)$ où u est la fonction racine carrée.

f est dérivable sur $]-\infty; \frac{5}{3}[$.

Or pour tout réel x de $]0, +\infty[$, $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ donc pour tout réel x de $]-\infty; \frac{5}{3}[$, $f'(x) = -3u'(5-3x) = \frac{-3}{2\sqrt{5-3x}}$.

Conclusion : $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{5-3x}}$

8°) $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = 3u\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ où u est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = 3\cos(x)$. On en déduit que $f'(x) = 3 \times \left(-2u'\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)\right)$

Or pour tout réel x, $u'(x) = -\sin(x)$ donc $f'(x) = -6 \times \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)\right]$.

Conclusion : $f'(x) = 6 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

9°) $f(x) = x - 1(3 - 7x)^4$

$f'(x) = 1 \times (3 - 7x)^4 + (x - 1) \times 4(3 - 7x)^3 \times (-7) = (3 - 7x)^3 [(3 - 7x) - 28(x - 1)] = (3 - 7x)^3 (-35x + 31)$

Exercice n°3 :

1.

x	-0,5	0	2	2,5
f'(x)	+	0	-	0
f(x)		5		2
	↗		↘	↗
	4		1	

2. $f(0) = 0$ donc la courbe représentative de f passe par l'origine du repère : on élimine la figure 1.

$f'(x)$ est positif sur $[-0,5; 0]$ donc sur $[-0,5; 0]$ la courbe est au dessus de l'axe des abscisses : on élimine la figure 2.