TSTL **Evaluation n°2** **19/10/ 2011**

Exercice n°1 **:** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ direct. L'unité graphique sera égale à 4 cm.

Soit $P(z)=z^3+\left(1-2\sqrt{3}\right)z^2+2\left(2-\sqrt{3}\right)z+4$ où z appartient à l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

1. **a**) Calculer $P(-1)$. **b**) Déterminer les nombres a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z, $P(z)=(z+1)\left(az^2+bz+c\right)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

On désigne par z_1 et z_2 les solutions, z_1 étant celle dont la partie imaginaire est négative.

d) En déduire les solutions de $P(z)=0$.

2. Soit A le point d'affixe $z_1=\sqrt{3}-i$ et B celui d'affixe $z_2=\sqrt{3}+i$.

Placer A et B et démontrer que le triangle AOB est équilatéral.

3. Soit C le point d'affixe $z_3=1-\sqrt{3}i$

a. Placer le point C et démontrer que le triangle OBC est rectangle en O.

b. En déduire l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle OBC et le rayon r de ce cercle.

Exercice n°2 (bac GM a 2006) : On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes suivants : $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ et $z_2=2-2i$. On pose $z_3=\frac{z_1}{z_2}$.

1. Ecrire z_3 sous forme algébrique.

2.a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2.

b) En déduire le module et un argument du nombre complexe z_3.

c) Ecrire z_3 sous forme trigonométrique.

3. Déduire des résultats obtenus aux questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$.

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(0,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

a) Construire les points A et B, images respectives de z_1 et z_2.

b) Déterminer la nature du triangle OAB.

TSTL **Evaluation n°2** **19/10/ 2011**

Exercice n°1 **:** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ direct. L'unité graphique sera égale à 4 cm.

Soit $P(z)=z^3+\left(1-2\sqrt{3}\right)z^2+2\left(2-\sqrt{3}\right)z+4$ où z appartient à l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

1. **a**) Calculer $P(-1)$. **b**) Déterminer les nombres a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z, $P(z)=(z+1)\left(az^2+bz+c\right)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

On désigne par z_1 et z_2 les solutions, z_1 étant celle dont la partie imaginaire est négative.

d) En déduire les solutions de $P(z)=0$.

2. Soit A le point d'affixe $z_1=\sqrt{3}-i$ et B celui d'affixe $z_2=\sqrt{3}+i$.

Placer A et B et démontrer que le triangle AOB est équilatéral.

3. Soit C le point d'affixe $z_3=1-\sqrt{3}i$

a. Placer le point C et démontrer que le triangle OBC est rectangle en O.

b. En déduire l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle OBC et le rayon r de ce cercle.

Exercice n°2 (bac GM a 2006) : On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes suivants : $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ et $z_2=2-2i$. On pose $z_3=\frac{z_1}{z_2}$.

1. Ecrire z_3 sous forme algébrique.

2.a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2.

b) En déduire le module et un argument du nombre complexe z_3.

c) Ecrire z_3 sous forme trigonométrique.

3. Déduire des résultats obtenus aux questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$.

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(0,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

a) Construire les points A et B, images respectives de z_1 et z_2.

b) Déterminer la nature du triangle OAB.