

Exercice 1 (5 points) (Nouvelle Calédonie novembre 2008) :

1. L'indice 105,5 en 2006 signifie :

► D: le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,5 % entre 2004 et 2006.

2. Le taux d'évolution du loyer mensuel entre 2002 et 2003 (à 10^{-2} près) est égal à :

► B : + 2,30 % . En effet $\frac{341,95 - 334,25}{334,25} \approx 0,02304$

3. On souhaite compléter la ligne 4 ; La formule qu'il faut entrer dans la cellule C4, pour obtenir, par recopie vers la droite, le taux d'évolution annuel des loyers est

► C : =(C\$3 - B\$3) * 100/ B\$3

Partie B : 1. $\frac{359,1 - 350}{350} = 0,026 = \frac{2,6}{100}$ donc l'indice de référence pour l'année 2005 est 102,6 .

2. Entre 2002 et 2006, il y a 4 évolutions successives.

Soit t_m le **taux d'évolution moyen**, on a $(1+t_m)^4 = 1+T$ où **T est le taux d'évolution global**.

On en déduit que $1+t_m = (1+T)^{\frac{1}{4}}$ puis que $t_m = (1+T)^{\frac{1}{4}} - 1$

$T = \frac{369,25 - 334,25}{334,25} \approx 0,104712$ donc $t_m = (1,104712)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0,0252087$.

Le taux moyen annuel d'évolution des loyers mensuels entre 2002 et 2006, arrondi à 10^{-2} près est de 2,52%.

Exercice 2 (5,5 points) (Pondichéry avril 2009)

1. Les formules destinées à être recopiées vers le bas dans les cellules B3 et C3 pour compléter les colonnes B et C sont respectivement

pour B3 : = B2 + 20

pour C3 : = C2 * 1,2 ou = C2 + C2 * 0,2 .

2. a. Formule A :

Florent dépose 150 € le premier mois , donc $A_1 = 150$

Florent dépose le deuxième mois $150+20=170$ donc $A_2 = A_1 + 20 = 170$ et ainsi de suite ,

Florent dépose le nième mois $A_n = A_{n-1} + 20$.

On déduit que la suite (A_n) est une suite arithmétique de premier terme $A_1 = 150$ et de raison $a = 20$.

b. Formule B :

Florent dépose 130 € le premier mois , donc $B_1 = 130$

Florent dépose le deuxième mois $130 + \frac{20}{100} \times 130 = 130 + 0,2 \times 130 = 1,2 \times 130 = 156$ donc $B_2 = B_1 \times 1,2$.

Florent dépose le nième mois $B_n = B_{n-1} \times 1,2$.

On en déduit que la suite (B_n) est une suite géométrique de premier terme $B_1 = 130$ et de raison $q = 1,2$.

3. Formule A : la suite (A_n) est une suite arithmétique de premier terme $A_1 = 150$ et de raison 20, donc on a : $A_n = A_1 + 20 \times (n-1) = 150 + 20 \times (n-1)$

Formule B : la suite (B_n) est une suite géométrique de premier terme $B_1 = 130$ et de raison $q = 1,2$ donc on a $B_n = B_1 \times (1,2)^{n-1} = 130 \times (1,2)^{n-1}$.

4. a. On cherche le montant du 6^{ème} dépôt , pour chaque formule :

Formule A : $A_6 = 150 + 20 \times (6-1) = 150 + 20 \times 5 = 250$

Formule B : $B_6 = B_1 \times (1,2)^{6-1} = 130 \times (1,2)^5 \approx 323$ arrondi à l'unité.

b. On cherche la somme économisée pendant 6 mois pour chaque formule :

Formule A : $S = A_1 + A_2 + \dots + A_5 + A_6 = 6 \times \frac{A_1 + A_6}{2} = 6 \times \frac{150 + 250}{2} = \frac{6 \times 400}{2} = 1200$

Formule B : $S' = B_1 + B_2 + \dots + B_5 + B_6 = B_1 \times \frac{1-q^6}{1-q} = 130 \times \frac{1-(1,2)^6}{1-1,2} = 130 \times \frac{1-(1,2)^6}{-0,2} = 650 \times ((1,2)^6 - 1) \approx 1291$, soit

c. Comme Florent a besoin au moins 1250 € , il a donc intérêt à choisir la formule B.

Exercice 3 (4,25 points) (Antilles 2011)

1. a. Le taux d'évolution du montant brut horaire du SMIC entre le 1er janvier 2002 et le 1er janvier 2010 est d'environ 32,8%

$$T = \frac{8,86 - 6,67}{6,67} \approx 0,32833 \text{ soit } 32,8\% \text{ arrondi au dixième}$$

b. Soit t_m le **taux moyen annuel** d'évolution du montant brut horaire du SMIC pendant ces 8 années.

On sait que les 8 évolutions successives de taux t_m sont équivalentes à l'évolution globale de taux T donc $(1 + t_m)^8 = 1 + T$

D'où $1 + t_m = (1 + T)^{\frac{1}{8}}$. Soit $t_m = (1 + T)^{\frac{1}{8}} - 1 \approx (1 + 0,32833)^{\frac{1}{8}} - 1 \approx 0,0361$ soit 3,6%

2. a. Nuage de points

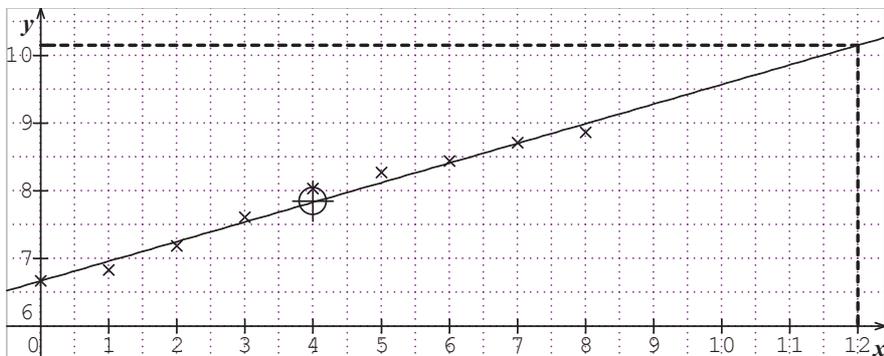
b. Les coordonnées du point moyen G du nuage sont (4 ; 7,85).

On les obtient à l'aide de la calculatrice :

(calc par F2, 2var par F2 : $\bar{x} \approx 4$ $\bar{y} \approx 7,85$)

3.

a. Une équation de la droite d'ajustement affine de y en x , par la méthode des moindres carrés est $y = 0,29x + 6,67$



La droite passe par les points (0 ; 6,67) ; (2 ; 7,25) (4 ; 7,83) ; (7 ; 8,7)

b. Le 1^{er} janvier 2014 correspond au rang $x = 12$ donc $y = 0,29 \times 12 + 6,67 = 10,15$ €.

Le montant brut horaire du SMIC que ce modèle laisse prévoir pour le 1^{er} janvier 2014 est $y = 10,15$ €

Exercice 4 (5,25 pts) (Antilles Guyane 2008)

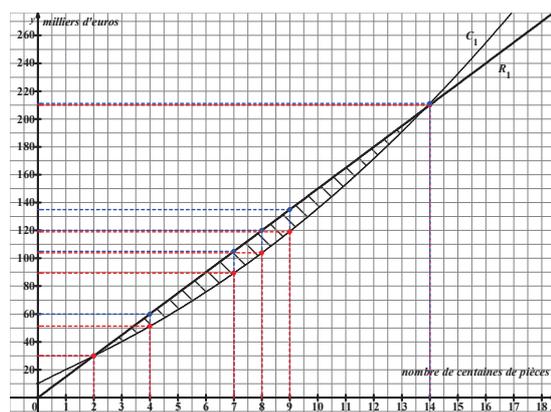
Partie A : Lectures graphiques

1. Le coût de production de 900 pièces (c'est-à-dire 9 centaines de pièces) est de **120 000 €**.

2. Le coût de production de 90 000 € correspond à la production de **700 pièces**.

3. L'entreprise est bénéficiaire dès lors que sa recette est supérieure à son coût de production, c'est-à-dire lorsque R_1 est au-dessus de C_1 .

Cela se produit pour une **production comprise entre 200 et 1 380 pièces**.



Partie B

1. a) Le bénéfice correspond à la différence entre la recette et le coût de production

$$B(x) = R(x) - C(x) = 15x - (0,5x^2 + 6,5x + 10 + 4,5 \ln(x + 1))$$

$$B(x) = 15x - 0,5x^2 - 6,5x - 10 - 4,5 \ln(x + 1) ; B(x) = -0,5x^2 + 8,5x - 10 - 4,5 \ln(x + 1)$$

b). B est définie est dérivable sur $[0 ; 20]$ et sa dérivée vaut :

$$B'(x) = -0,5 \times 2x + 8,5 - 4,5 \times \frac{1}{x+1} = -x + 8,5 - \frac{4,5}{x+1} = \frac{(-x + 8,5)(x+1) - 4,5}{x+1} = \frac{-x^2 + 7,5x + 4}{x+1}$$

c) $(x+0,5)(8-x) = 8x - x^2 + 4 - 0,5x = -x^2 + 7,5x + 4$ donc $B'(x) = \frac{(x+0,5)(8-x)}{x+1}$

2. a) Sur $[0 ; 20]$, $x+1 > 0$ et donc $x+0,5 > 0$ donc $B'(x) = \frac{(x+0,5)(8-x)}{x+1}$ est du signe de $8 - x$.

b) On a donc :

x	0	8	20
x+0,5	+	+	+
8 - x	+	0	-
x + 1	+	+	+
B'(x)	+	0	-
B(x)	-10	26-4,5ln9	40-4,5ln21

avec $B(0) = 0 - 10 - 4,5 \ln 1 = -10$;

$$B(8) = -0,5 \times 64 + 8,5 \times 8 - 10 - 4,5 \ln 9 = 26 - 4,5 \ln 9 \approx 16,12$$

$$B(20) = -0,5 \times 400 + 8,5 \times 20 - 10 - 4,5 \ln 21 = -40 - 4,5 \ln 21 \approx -53,7$$

3. On déduit de ce tableau que le bénéfice maximal est atteint pour une production de 8 centaines de pièces, soit **800 pièces**, et ce bénéfice s'élève alors à **16 112 €**.