Session 2012

Baccalauréat blanc de mathématiques

Spécialités : Mercatique .

Durée : 3 heures **coefficient : 3**

L'usage des calculatrices est autorisé pour cette épreuve.
Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet comporte trois pages.

Exercice 1 (5 points) :

La feuille de calcul ci-dessous présente les indices de référence des loyers mensuels pour les années 2002 à 2006 (base 100 en 2004). *Source INSEE*
M. Lasserre y a porté le montant des loyers mensuels de l'appartement qu'il loue ; ce montant évolue chaque année en fonction de l'indice de référence.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2002	2003	2004	2005	2006
2	Indice de référence	95,5	97,7	100		105,5
3	Loyer	334,25	341,95	350	359,10	369,25
4	Taux d'évolution annuel en pourcentage	X				

Partie A : Questionnaire à Choix Multiples
Pour chaque question, une seule proposition est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la lettre indiquant la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 0,75 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point, l'absence de réponse est comptée 0 point.

1. L'indice 105,5 en 2006 signifie :

- ► A : le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,50 € entre 2004 et 2006.
- ► B : le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,5 % entre 2002 et 2006.
- ► C : le montant du loyer mensuel a augmenté de 10 % entre 2002 et 2006.
- ► D: le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,5 % entre 2004 et 2006.

2. Le taux d'évolution du loyer mensuel entre 2002 et 2003 (à 10^{-2} près) est égal à :

- ► A : + 2,20 %
- ► B : + 2,30 %
- ► C : + 7,70 %
- ► D : + 2,25 %

3. On souhaite compléter la ligne 4 ; quelle formule faut-il entrer dans la cellule C4, pour obtenir, par recopie vers la droite, le taux d'évolution annuel des loyers ?

- ► A : =($C3 - $B3)* 100/ $B3
- ► B : =(C$3 - B$3)* 100/C$3
- ► C : =(C$3 - B$3) * 100/ B$3
- ► D : =(C$3 - B$3) * B$3 / 100

Partie B :

1. Calculer l'indice de référence pour l'année 2005.
2. Calculer le taux moyen annuel d'évolution des loyers mensuels entre 2002 et 2006, arrondi à 10^{-2} près.

Exercice 2 : (5 points)

Florent a besoin d'économiser au moins 1250 € pour acheter un scooter. Pour cela, il décide d'effectuer un dépôt chaque mois. Avec un tableur, il effectue une simulation de deux formules d'économies possibles :

► Formule A : le 1^er mois, il fait un dépôt de 150 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de 20 €.

► Formule B : le 1^er mois, il fait un dépôt de 130 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de 20 %.

On appelle A_n, B_n les montants respectifs du nième dépôt mensuel de Florent avec la formule A et la formule B.

	A	B	C
1	Mois (n)	A_n	B_n
2	1	150	130
3	2	170	156
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		

1. Quelles formules destinées à être recopiées vers le bas Florent a-t-il écrites dans les cellules B3 et C3 pour compléter les colonnes B et C ?

2. **a**) Déterminer la nature de la suite (A_n,) et préciser son terme initial et sa raison.
b) Déterminer la nature de la suite (B_n) et préciser son terme initial et sa raison.

3. Exprimer A_n et B_n en fonction de n.

4. Florent souhaite acheter son scooter dans 6 mois.
a) Quel sera le montant du 6ème dépôt, arrondi à l'euro, pour chaque formule?
b) Quelle somme Florent aura-t-il économisée au bout de six mois, arrondie à l'euro, avec chaque formule?
c) Quelle formule va-t-il retenir pour acheter son scooter?

Dans cette question, on pourra utiliser le formulaire suivant :

La somme S des n premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par : $S = u_1 + ... + u_n = n \times \dfrac{u_1 + u_n}{2}$

La somme S des n premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de raison q ($q \neq 1$) est donnée par :

$$S = u_1 + ... + u_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

Exercice 3 : (5 points)

On étudie l'évolution du montant brut horaire du SMIC au 1er janvier de chaque année, à partir de 2002.
On note x_i le rang de l'année 2002 + i où i est un entier naturel. On obtient les résultats suivants :

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Montant du SMIC horaire en euros y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44	8,71	8,86

(*Source : INSEE*)

1. a. Déterminer le taux d'évolution du montant brut horaire du SMIC entre le 1er janvier 2002 et le 1er janvier 2010 (On donnera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi au dixième).

b. En déduire le taux moyen annuel d'évolution du montant brut horaire du SMIC pendant ces 8 années. (*On donnera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi au dixième*).

2. a. Tracer le nuage de points dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour 1 an sur l'axe des abscisses ; 2 cm pour 1 € sur l'axe des ordonnées.
b. Déterminer les coordonnées du point moyen *G* du nuage (*on arrondira son ordonnée au centième*) et le placer dans le repère.

3. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de *y* en *x*, par La méthode des moindres carrés, sous la forme y = ax +b (*on arrondira les coefficients a et b au centième*). Tracer cette droite dans le repère précédent.

b. Calculer le montant brut horaire du SMIC que ce modèle laisse prévoir pour le 1er janvier 2014.

Exercice 4 : (5 points)

Une entreprise fabrique des pièces de haute technologie. La fabrication hebdomadaire est limitée à 2 000 pièces.
Le prix de vente de 100 pièces est fixé à 15 000 € .
La recette en milliers d'euros, obtenue pour la vente de *x* centaines de pièces est donc R(x) = 15x
Le graphique fourni ci dessous donne la représentation graphique R_1 de la fonction R et la représentation graphique C_1 de la fonction coût de production notée *C* sur l'intervalle[0 ; 20].

Partie A : lectures graphiques

Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le coût de production de 900 pièces ?
2. Quelle fabrication hebdomadaire correspond à un coût de production de 90 000 € ?
3. Combien l'entreprise doit-elle fabriquer et vendre de pièces pour être bénéficiaire ?

Partie B : On admet que la fonction C définie sur l'intervalle [0 ; 20] est donnée par : $C(x) = 0{,}5x^2 + 6{,}5x + 10 + 4{,}5\ln(x+1)$

On rappelle que le coût de production, en milliers d'euros, est le nombre C(x), x étant le nombre de centaines de pièces produites (*x* est compris entre 0 et 20 centaines de pièces). On admet que toutes les pièces produites sont vendues.

1.
a. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction B, définie sur [0 ; 20] par : $B(x) = -0{,}5x^2 + 8{,}5x - 10 - 4{,}5\ln(x+1)$
On note B′ la fonction dérivée de B sur l'intervalle [0 ; 20].
b. Calculer B′(x).
c. Vérifier que, pour tout réel *x* de l'intervalle [0 ; 20], $B'(x) = \dfrac{(x+0{,}5)(8-x)}{x+1}$.

2.
a. Justifier que le signe de B′(x) est celui de 8 - x sur l'intervalle [0 ; 20].

b. En déduire le signe de B′(x) puis le tableau de variation de B sur l'intervalle [0 ; 20].

3. Pour quelle fabrication hebdomadaire le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal à l'euro près ?