

NOM : ..... PRENOM : .....

**Exercice n°1** : calculer la dérivée de la fonction f sur ]0, +∞[ par :  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

**Exercice n°2**: résoudre dans ℝ, les équations ou inéquations suivantes : a)  $\ln x = 1$     b)  $3 - \ln(x) = 0$     c)  $\ln x \leq 0$     d)  $3 < \ln(x)$

**Exercice n°3**( bac pondichery, 2011) : Soit f la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 8] par  $f(x) = 30\ln(x)+10 -10x$ .

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle [1 ; 8] et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 8],  $f'(x) = \frac{30 - 10x}{x}$ .

2. Étudier le signe de f' sur l'intervalle [1 ; 8] et en déduire le tableau de variations de la fonction .

3. Compléter le tableau de valeurs suivant. (On arrondira les résultats au dixième).

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)				11,6				

4. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormé. Unités graphiques : 1 cm pour 1 unité.

Chaque jour un artisan fabrique x objets (x étant compris entre 1 et 8).  
Le bénéfice, en **dizaines d'euros**, réalisé pour la vente de ces x objets est égal à f(x).

5. Combien faut-il produire d'objets pour que le bénéfice soit maximal ? Que vaut ce bénéfice maximal à un euro près ?

6. Déterminer à partir de quelle quantité d'objets l'artisan travaille à perte.

**Exercice n°4 (nouvelle calédonie 2010)** : une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit :  $0 < x < 12$ .

Le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, pour produire x tonnes est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par  $f(x) = 0,5x^2 - 13x - 60 + 55\ln(x+3)$ .

**Partie A : étude d'une fonction**

- f' désigne la dérivée de f. Calculer f'(x). Vérifier que  $f'(x) = \frac{(x-2)(x-8)}{(x+3)}$
- Étudier, à l'aide d'un tableau, le signe de f'(x) dans l'intervalle [0 ; 12].
- En déduire le tableau de variations de f dans l'intervalle [0 ; 12].

**Partie B : application économique**

À l'aide d'une feuille automatisée de calcul dont un extrait est donné ci contre, on a créé un tableau de valeurs de la fonction f.

- Expliquer comment remplir toutes les cellules de la colonne A sans avoir à saisir toutes les valeurs de la colonne.
- Donner une formule à recopier vers le bas et à saisir dans la cellule B2 pour obtenir les valeurs de la colonne B.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En s'appuyant sur le tableau fourni en annexe et sur l'usage de la calculatrice, que peut-on affirmer au sujet des productions pour lesquelles l'entreprise est déficitaire ?

	A	B
1	x	f(x)
2	0	0.42
3	0.5	2.53
4	1	3.75
5	1.5	4.35
6	2	4.52
7	2.5	4.39
8	3	4.05
9	3.5	3.57
10	4	3.03
11	4.5	2.44
12	5	1.87
13	5.5	1.33
14	6	0.85
15	6.5	0.45
16	7	0.14
17	7.5	-0.05
18	8	-0.12
19	8.5	-0.05
20	9	0.17
21	9.5	0.54
22	10	1.07
23	10.5	1.77
24	11	2.65
25	11.5	3.70
26	12	4.94