TMERC **Correction de l'évaluation n°5**

Exercice n°1 : **1**°) f(x) = $-3x^4+2x^2-2x+16$ f'(x) = $-3\times 4x^3 + 2\times 2x - 2 = -12x^3 + 4x - 2$

2°) f(x) = $x+100+\frac{48}{x} = x+100+48\times\frac{1}{x}$ f'x) = $1+48\times\frac{-1}{x^2}=1-\frac{48}{x^2}$

3°) f(x) = $\frac{2x-1}{3x}$. f est de la forme $\frac{u}{v}$. On sait que $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

f'(x) = $\frac{2\times(3x)-(2x-1)\times 3}{(3x)^2} = \frac{6x-(6x-3)}{(3x)^2} = \frac{3}{(3x)^2} = \frac{3}{9x^2}=\frac{1}{3x^2}$

Exercice n°2 :

Partie I. 1. L'ordonnée de A est -4 donc f(1) = -4

Le coefficient directeur de T qui passe par A et B est m = $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{2-(-4)}{0-1} = \frac{6}{-1}=-6$. Donc f '(1) = -6

2. L'équation f(x) = 0 admet une seule solution dans l'intervalle : [-1 ; 3] (on cherche le nombre de points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses).

3. Sur l'intervalle [-2,5 ; 3]. , l'équation f '(x) = 0 admet deux solutions (on cherche le nombre de points de la courbe ayant une tangente parallèle à l'axe des abscisses°

4. Réponse C.

Tableau à compléter :

Question 1	Question 2	Question 3	Question 4
c	b	b	c

Partie II

La fonction f dont on connait la courbe (C) est définie sur l'intervalle [-2,5 ; 3]. par : $f(x)=x^3-1{,}5x^2-6x+2{,}5$

1. f(-1) = -1 -1,5 +6 +2,5 = 6

2. **a**. f '(x) = 3x² - 3x – 6

b. 3(x +1)(x -2) = 3 (x² - 2x +x - 2) = 3(x² - x -2) = 3x² -3x – 6. On retrouve bien f'(x).
Conclusion : f'(x) = 3 (x +1) (x – 2).

c. On étudie le signe de *f* '(*x*) sur l'intervalle [-2,5 ; 3]. à l'aide d'un tableau de signes.

x+1 = 0 $\Leftrightarrow$ x = -1 et x- 2 = 0 $\Leftrightarrow$ x = 2

Valeurs de x	-2,5		-1		2		3
3		+		+		+	
x +1		-	0	+		+	
x -2		-		-	0	+	
f' (x)		+	0	-	0	+	

Donc f'(x) < 0 sur] -1 ; 2[et f'(x) > 0 sur $]-\infty\,;-1[\cup]2\,;+\infty[$

3. Le tableau de variation complet de la fonction *f* sur l'intervalle [-2,5 ; 3] est :

Valeurs de x	-2,5		-1		2		3
f ' (x)		+	0	-	0	+	
Variations de f	-7,5	↗	6	↘	-7,5	↗	-2

Exercice 3 : (polynésie tcgrh 2009)

1. **a**. Le coût de production de 50 objets est de 3,8 milliers d'euros soit 3 800 €.

b. Le nombre d'objets produits pour un coût de 3 000 euros est 43 : on lit l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 3 000 on trouve 4,3 (en dizaine).

2. **a**. Si chaque objet est vendu 80 euros, **une dizaine d'objets sera vendue 10 fois plus soit 800 euros** c'est **à dire 0,8 millier d'euros.** x dizaines, seront donc vendus x fois plus donc g (x) = 0,8x

b. g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite D.
On détermine trois points de la droite

g(0) =0 donc O appartient à D ; g(5) = $0{,}8 \times 5$ =4 donc A(5 ; 4) appartient à D ; g(7) = $0{,}8 \times 7$ =5,6 donc B(7 : 5,6) appartient à D.

c. Pour que l'artisan réalise un bénéfice, il faut que la courbe représentative de f (celle des coûts) soit en-dessous de la courbe représentative de g (celle des recettes).
Conclusion : pour que l'artisan réalise un bénéfice il faut que le nombre de dizaine d'objets appartienne à [0,5 ; 5,5].

3. a. Le bénéfice étant la recette moins les coûts on a B(x) = g (x)− f (x)
B(x) = 0,8x −(0,1x² +0,2x + 0,3) = 0,8x – 0,1x² - 0,2x - 0,3.
Conclusion : on a bien : $B(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}6x - 0{,}3$

b. $B'(x) = -0{,}1 \times 2x + 0{,}6 = -0{,}2x + 0{,}6$

c. **Méthode n°1** : le bénéfice est maximal lorsque la distance entre les deux courbes est maximale (la courbe représentative de g étant au dessus de la courbe représentative de f). Sur le graphique cela correspond à la longueur AB. On a alors x = 3.

Méthode n°2 : B'(x) = 0 si et seulement si -0,2x + 0,6 = 0 c'est-à-dire si et seulement si x = 3 .
Le tableau de variation de B est :

Valeurs de x	0 3 7
B ' (x)	+ 0 -
Variations de B	↗ ↘

Le bénéfice sera maximum lorsque 30 objets seront fabriqués et vendus.

Méthode n°3 : à l'aide de la calculatrice. On entre la fonction B en Y1 et on cherche le maximum de B à l'aide de la représentation graphique et du tableau de valeurs.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
B(x)	-0,3	-0,025	0,2	0,375	0,5	0,575	0,6	0,575	0,5	0,375	0,2	-0,025	-0,6	-0,624	-1

Remarque : le bénéfice maximum est de 600 €.