2de9 **Correction de l'évaluation n°8**

Ex 1 : a) E, F, S et T sont quatre points distincts du plan : $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{ST}$ équivaut à **EFTS est un parallélogramme éventuellement aplati.**

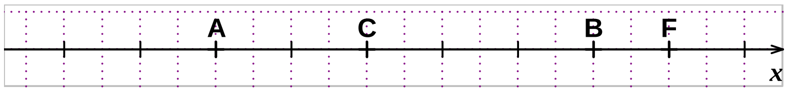
b) I, J et L sont trois points distincts : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{JL}$ équivaut à **J est le milieu de [IL]**

c) Si $\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SB}$ alors **B et D sont confondus.** d) Si $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{RT}$ alors **les droites (AB) et (RT) sont parallèles.**

Ex 2 **:** a) $\vec{u}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CC}=\vec{0}$

b) $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}$

Ex 3 : **1**°) Voir figure.



2°) $\overrightarrow{CF}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ donc m = $-\frac{4}{3}$

3°) Donnée : $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{GB}$. Donc $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})$ d'après la relation de Chasles.

On utilise le calcul vectoriel pour transformer cette égalité.

$\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{GA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG}+\frac{1}{6}\overrightarrow{GA}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{6}{6}\overrightarrow{AG}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \left(\frac{6}{6}-\frac{1}{6}\right)\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{5}{6}\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

D'où $\frac{6}{5}x\frac{5}{6}\overrightarrow{AG}=-\frac{6}{5}x\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$. Conclusion : $\boxed{\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}}$

Ex 4 : $\vec{s}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ donc $2\vec{s}=\overrightarrow{AB}-6\overrightarrow{AC}$ donc $\frac{2}{3}\vec{s}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}=\vec{w}$. Conclusion : $\vec{s}$ *et* $\vec{w}$ **sont colinéaires.**

Ex 5 **: Données : (1)** ABCD est un parallélogramme, (**2**) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, (**3**) $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, (**4**) $\overrightarrow{CP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$

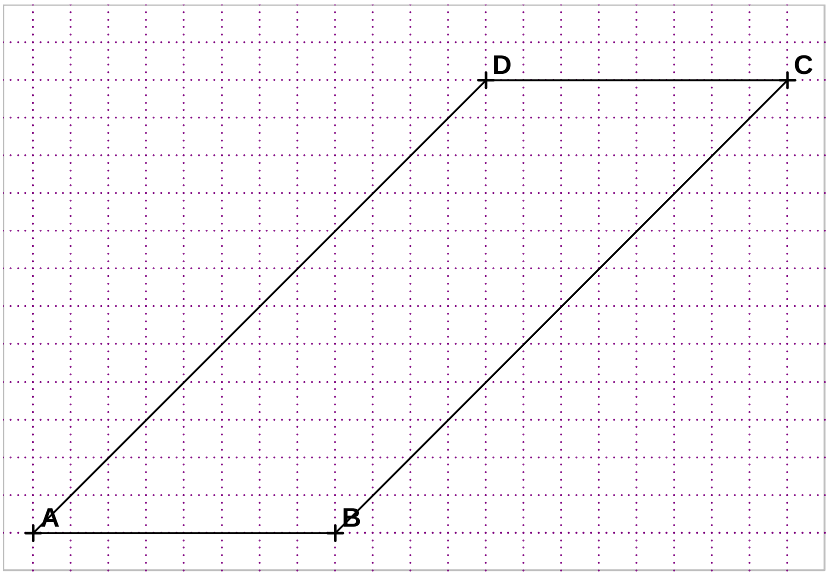
1. $\overrightarrow{BM}$ **=** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}$ **=** $-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ d'après (2).

$\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ d'après Chasles et (3).

$\overrightarrow{PN}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}-\frac{4}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

Or d'après (1) $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

Conclusion : $\boxed{\overrightarrow{PN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}}$



2. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{BM}=-\frac{3}{4}\left(-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{PN}$.

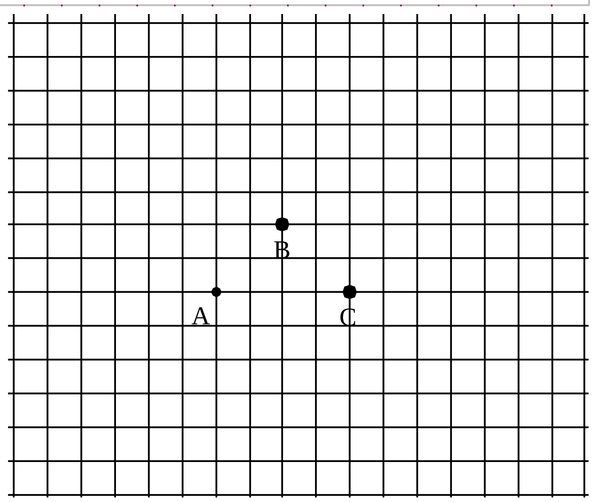
Donc $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ sont colinéaires.

Conclusion : $\boxed{\text{les droites (BM) et (PN) sont parallèles}}$.

Ex 6 : Données : (1) ABC est un triangle quelconque.

(2) $\overrightarrow{AP}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$

(3) $\overrightarrow{CQ}=-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



Démontrons que B est le milieu de [PQ], ce qui revient à démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{PB}$ et $\overrightarrow{BQ}$ sont égaux.

• D'une part : $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}$ (relation de Chasles)

donc d'après (2) $\overrightarrow{PB}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\right)+\overrightarrow{AB}=$

$-\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Finalement : $\boxed{\overrightarrow{PB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}}$

• D'autre part : $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}$ (relation de Chasles)

Donc d'après (3) $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

Finalement : $\boxed{\overrightarrow{BQ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}}$ Donc $\overrightarrow{PB}$ = $\overrightarrow{BQ}$. Conclusion : $\boxed{\text{B est le milieu de [PQ]}}$.