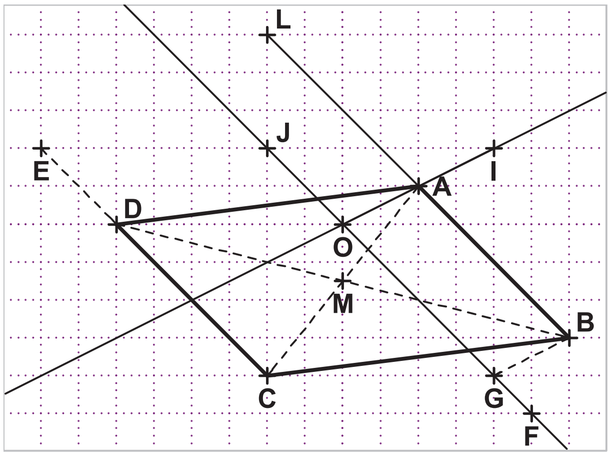
2de9 **Correction de l'évaluation n°5**



Exercice n°1 : Le plan est muni d'un repère (O,I,J).

1°) E (-1 ; 2) et F (0 ; -2,5).

2°) A ($\frac{1}{2}$,0), B $\left(\frac{1}{2};-2\right)$, C(-1 , -1) ,

3°) M est le milieu de [AC] donc

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{\frac{1}{2}-1}{2} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

et $y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0-1}{2} = -\frac{1}{2}$ donc $\boxed{M\left(-\frac{1}{4};-\frac{1}{2}\right)}$

4°) ABCD est un parallélogramme donc les diagonales ont le même milieu donc M est le milieu de [BD].

$x_M = \frac{x_B + x_D}{2}$ donc $2x_M = x_B + x_D$ c'est-à-dire $x_D = 2x_M - x_B = 2\times\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} = -1$

et $y_M = \frac{y_B + y_D}{2}$ donc $2y_M = y_B + y_D$ c'est-à-dire $y_D = 2y_M - y_B = 2\times\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 1$

Conclusion : $\boxed{\textbf{D (-1 ; 1)}}$

5°) L est le symétrique du point B par rapport à A donc A est le milieu de [LB] :

$x_A = \frac{x_L + x_B}{2}$ donc $2x_A = x_L + x_B$ c'est-à-dire $x_L = 2x_A - x_B = 2\times\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$y_A = \frac{y_L + y_B}{2}$ donc $2y_A = y_L + y_B$ c'est-à-dire $y_L = 2y_A - y_B = 2\times 0 + 2 = 2$.

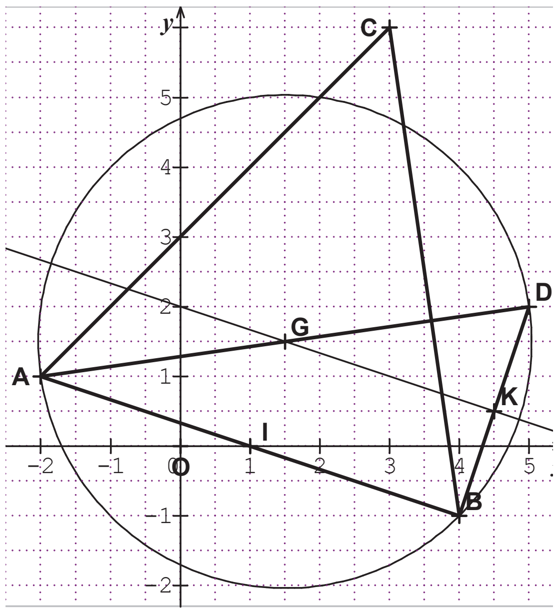
Conclusion : $\boxed{\textbf{E}\left(\frac{1}{2};2\right)}$

6°) Dans le repère (A, I, B) : $\boxed{A\ (0\ ;\ 0)\ ;\ I(1\ ;\ 0)\ ;\ B\ (0\ ;\ 1)\ ;\ J\ \left(-1;-\frac{1}{2}\right)\ ;\ F\ (-1\ ;\ 1)\text{ et }E\ (-3\ ;\ -1).}$

Exercice n°2 : A (x_A,y_A), B(x_B,y_B) et C (x_C,y_C) sont trois points du plan.

1°) AC² = $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$ et BC² = $(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$ en fonction des coordonnées des points A, B et C.

2°) L'algorithme suivant. vérifie si le triangle ABC est isocèle en C.



Début

Entrée

Demander la valeur de x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C

Traitement

Donner la valeur $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$ à S.

Donner la valeur $(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$ à H

Si **S = H**

alors afficher « le triangle ABC est isocèle en C. »

sinon afficher « le le triangle ABC n'est pas isocèle en C»

Fin si

Fin

3°) On a les points A (- 2 , 1), B (4 ; -1) et C (3, 6).

a) voir figure.

b) $AC = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

AC = BC donc le triangle ABC est isocèle de sommet principal C.

c) soit D le point de coordonnées (5 ; 2). Placer D et montrer que le triangle ABD est rectangle en B.

$AB = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$; $BD = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$; $AD = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

AB² + BD² = 40 + 10 = 50 et AD² = 50 donc AB² + BD² =AD²

Conclusion : $\boxed{\text{le triangle ABD est rectangle en B}}$.

d) Le centre du cercle circonscrit au triangle ABD est le milieu G de [AD] : G $\left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)$. Son rayon est $\frac{AD}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

e) Le milieu du segment [AD] est G. Ses coordonnées sont $\left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)$.

GB = $\sqrt{\left(\frac{3}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{3}{2} + 1\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \times \sqrt{2}$ et GD = $\frac{AD}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

GD =GB donc $\boxed{\text{G appartient à la médiatrice du segment [BD]}}$

Exercice n°3 : A (- 2 ; -1), B (4 ; 3), F (3 , 4).

1. Le centre K du cercle C de diamètre [AB] est le milieu de [AB] : Ka pour coordonnées (1 ; 1)

$AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ donc le rayon du cercle est r = $\sqrt{13}$

2. KF = $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$ = r donc F appartient au cercle C .

3. Le triangle est inscrit dans un cercle dont le côté [AB] est un diamètre donc le triangle ABF est rectangle en F.

Exercice n°4 : A (-1 ; 2) ; B (1 ; -1), C $(3 ; -4)$ et D $(-2 ; 3)$

1°) f(x) = ax + b où a et b sont à trouver.

La représentation graphique de f est la droite (AB) donc f(-1) = 2 et f(1) = -1 .

Or f(-1) = -a + b et f(1) = a + b

D'où le système : $\begin{cases} -a + b = 2 \\ a + b = -1 \end{cases}$. En ajoutant membre à membre les deux égalités on obtient 2b = 1 d'où $b = \frac{1}{2}$.

On remplace dans a + b = -1 donc a = $-\frac{3}{2}$. Conclusion : $\boxed{f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}}$

2°) f(3) = $-\frac{3}{2} \times 3 + \frac{1}{2} = -4$ donc $\boxed{\text{les points A, B, C sont alignés}}$.

3°) f(-2) = $-\frac{3}{2} \times (-2) + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \neq 3$ donc $\boxed{\text{les points A, B, D ne sont pas alignés}}$.