

Exercice n°1 (4 pts) :

1. $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$. $f(x)$ existe si et seulement si $3+x \neq 0$, c'est-à-dire ssi $x \neq -3$.

Conclusion : le domaine de définition de la fonction f est $\mathbb{R} - \{-3\}$.

2. $f(x) = \sqrt{2-3x}$. $f(x)$ existe si et seulement si $2-3x \geq 0$ c'est à dire si et seulement si $2 \geq 3x$ soit ssi $\frac{2}{3} \geq x$.

Conclusion : $D_f = \left] -\infty ; \frac{2}{3} \right]$

3. $f(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{x-1}}$. $f(x)$ existe si et seulement si $(x-1 \geq 0 \text{ et } \sqrt{x-1} \neq 0)$, c'est-à-dire si et seulement si $(x \geq 1 \text{ et } x-1 \neq 0)$, soit si et seulement si $(x \geq 1 \text{ et } x \neq 1)$.

Conclusion : $D_f =]1 ; +\infty[$

4. $f(x) = \frac{4}{x^2-4} = \frac{4}{(x-2)(x+2)}$. $f(x)$ existe si et seulement si $(x-2)(x+2) \neq 0$, c'est-à-dire ssi $x \neq 2$ et $x \neq -2$.

Conclusion : le domaine de définition de la fonction f est $\mathbb{R} \setminus \{-2 ; 2\}$.

Exercice n°2 (1 pt) :

$$h(x) = 90 \Leftrightarrow -7x + 13 = 90 \Leftrightarrow -7x = 77 \Leftrightarrow x = -11.$$

L'antécédent de 90 par h est -11.

Exercice n°3 :**Partie A**

1. L'image de -2 par f est -4.

2. $f(1) = 5$.

3. Les antécédents de -9 par f sont -2,5 et 3.

4.

a) $f(x) = 0$ a deux solutions -1,5 et 2 ;

b) $f(x) = 5$ a deux solutions -0, 5 et 1.

c) $f(x) = 7$ n'a pas de solution.

5. g est la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - 2$ et D est sa représentation graphique

a. Pour $x = 1$, $x - 2 = -1$ donc le point $A(1 ; -1)$ appartient à D

b. D est la droite passant par $A(1 ; -1)$ et $B(-3 ; -5)$. Voir graphique.

c. On cherche les abscisses des points d'intersection de C_f et D : $f(x) = g(x)$ a deux solutions : 2 et -2.

Partie B

1. $g(x) = x - 2$. $f(x) = -2x^2 + x + 6$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x - 2 = -2x^2 + x + 6 \Leftrightarrow x - 2 + 2x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 4) = 0$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2(x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2.$$

Le résultat obtenu est bien cohérent avec celui obtenu dans la question 5.c.

2. a) Si $k > 6,125$, l'équation $f(x) = k$ n'a pas de solution.

Si $k = 6,125$, l'équation $f(x) = k$ a une solution.

Si $k < 6,125$, l'équation $f(x) = k$ a deux solutions.

Exercice n°4 : f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1-x}{x^2+1}$

$$1. f(\sqrt{3}) = \frac{1-\sqrt{3}}{3+1} = \frac{1-\sqrt{3}}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

2.

x	-4,5	-2,5	0,5	2
f(x)	0,26	0,48	0,4	-0,2

$$3. f(-4) = \frac{5}{17} \approx 0,2941.$$

Le point A (-4 ; 0,29) n'appartient pas à la courbe représentative de f car $\frac{5}{17} \neq 0,29$.

4.

- $f(x) = 0$ a une solution 1.
- $f(x) = 1$ a deux solutions -1 et 0.
- L'équation a deux solutions -1 et 1

Exercice n° 5 : **Forme 1** : $f(x) = (3x-2)^2 - 9$; **Forme 2** : $f(x) = (3x-5)(3x+1)$; **Forme 3** : $f(x) = 9x^2 - 12x - 5$

$$1. (3x-2)^2 - 9 = 9x^2 - 12x + 4 - 9 = 9x^2 - 12x - 5 : \text{on retrouve bien la forme 3.}$$

$$(3x-5)(3x+1) = 9x^2 + 3x - 15x - 5 = 9x^2 - 12x - 5 : \text{on retrouve bien la forme 3.}$$

2.

$$a. f(x) = 9x^2 - 12x - 5$$

$$\text{donc } f(0) = -5,$$

$$f(\sqrt{5}) = 9 \times \sqrt{5}^2 - 12\sqrt{5} - 5 = 45 - 12\sqrt{5} - 5 = 40 - 12\sqrt{5},$$

$$f(-1) = 9 \times (-1)^2 - 12 \times (-1) - 5 = 9 + 12 - 5 = 16 = 5$$

b. Les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (3x-5)(3x+1) = 0 \Leftrightarrow (3x-5) = 0 \text{ ou } (3x+1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}.$$

Conclusion : les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont $\frac{5}{3}$ et $-\frac{1}{3}$

$$c. f(x) = -5 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x - 5 = -5 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 3x(3x-4) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0 \text{ ou } (3x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{4}{3}$$

Conclusion : les antécédents de -5 sont 0 et $\frac{4}{3}$.

$$d. f(x) = -9 \Leftrightarrow (3x-2)^2 - 9 = -9 \Leftrightarrow (3x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow (3x-2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$