

1. L'ensemble des nombres rationnels se note : \mathbb{Q}

un réel qui n'est pas un rationnel s'appelle un irrationnel. Exemple : $\sqrt{2}$

1,2 est un décimal non entier, -3 un entier non naturel.

$$2. (a^m)^n = a^{m \times n} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Exercice n°1 :

$$1. (a^3)^5 = a^{15} \quad ; \quad \frac{1}{a^{-2}} = a^2 \text{ remarque : } \frac{1}{a^{-2}} = \frac{a^0}{a^{-2}} = a^{0-(-2)} = a^2; \quad ; \quad \frac{a^{-2}}{a^3} = a^{-2-3} = a^{-5} \quad ; \quad a \times a^3 = a^1 \times a^3 = a^4$$

2. $(-2)^5$ est négatif car 5 est impair.

$$3. \frac{3^7 \times 3^{-1}}{3^5} = \frac{3^6}{3^5} = 3$$

$$4. A = \frac{(5 \times 2)^3}{5^2 \times 2^{-1}} = \frac{5^3 \times 2^3}{5^2 \times 2^{-1}} = 5^1 \times 2^4$$

$$\text{Exercice n°2 : } B = \frac{2}{13} \left(3 - \frac{8}{7} \right) = \frac{2}{13} \left(\frac{21}{7} - \frac{8}{7} \right) = \frac{2}{13} \times \frac{13}{7} = \frac{2 \times 13 \times 1}{13 \times 7} = \frac{2}{7};$$

$$C = \frac{5}{14} - \frac{15}{14} \times \left(\frac{7}{5} - 1 \right).$$

$$\text{On commence les calculs entre parenthèses donc } C = \frac{5}{14} - \frac{15}{14} \times \left(\frac{7-5}{5} \right) = \frac{5}{14} - \frac{15}{14} \times \frac{2}{5}.$$

$$\text{On effectue la multiplication donc } C = \frac{5}{14} - \frac{3 \times 5 \times 2}{7 \times 2 \times 5} = \frac{5}{14} - \frac{6}{14}.$$

$$\text{On termine par la soustraction donc } C = \boxed{-\frac{1}{14}}$$

$$\text{Exercice n°3 : 1. } D = \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{72} = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{36 \times 2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

$$2. (5 - \sqrt{3})^2 = 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 28 - 10\sqrt{3}; \quad \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = 2 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Exercice n°4 : } E = -(15-1) \div (2^2+3) - 4 \times \sqrt{5-1} + \sqrt{9} - 1$$

$$E = -\frac{15-1}{2^2+3} - 4\sqrt{5-1} + \sqrt{9} - 1 = -\frac{14}{7} - 4\sqrt{4} + 3 - 1 = -2 - 4 \times 2 + 2 = -8;$$

$$F = 2^2 - 3 \times (3^3 - 7 \times 2^2) \div \sqrt{7^2 - 3^3} \approx 4,47$$

$$2^2 - 3 \times \frac{3^3 - 7 \times 2^2}{\sqrt{7^2 - 3^3}} = 4 - 3 \times \frac{27 - 7 \times 4}{\sqrt{49 - 9}} = 4 - 3 \times \frac{27 - 28}{\sqrt{40}} = 4 - 3 \times \frac{-1}{2\sqrt{10}} = 4 + 3 \times \frac{1}{2\sqrt{10}} = 4 + \frac{3}{2\sqrt{10}} = 4 + \frac{3\sqrt{10}}{2\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = 4 + \frac{3\sqrt{10}}{20} \approx 4,47$$

Exercice n°5 : 1°) $a = \frac{5}{3} \approx 1,6666\dots$. Il y a un nombre infini de chiffres après la virgule donc $\frac{5}{3}$ est un rationnel non décimal,

$b = \frac{17}{2} = 8,5$ donc b est un décimal non entier.

2°) $c = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$ donc c n'est pas un irrationnel (c'est un rationnel).

$d = (2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1) = (2\sqrt{3})^2 - 1^2 = 12 - 1 = 11$ donc d n'est pas un irrationnel (c'est un entier naturel).

Exercice n°6 :

$$e = \sqrt{0,64} = 0,8 \text{ donc } e \in \mathbb{D}, \quad f = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \text{ donc } f \in \mathbb{R}, \quad g = -\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{\frac{18}{2}} = -\sqrt{9} = -3 \text{ donc } g \in \mathbb{Z},$$

$$h = -\frac{12}{14} = -\frac{6}{7} \approx 0,857 \text{ donc } h \in \mathbb{Q} \quad i = \frac{5^2 \times 2^3}{10} = \frac{5^2 \times 2^3}{5 \times 2} = 5 \times 2^2 = 20 \text{ donc } i \in \mathbb{N} \quad j = -2^2 = -4 \text{ donc } j \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Exercice n°7 : } \frac{\sqrt{16}}{2} \in \mathbb{N}, \quad \{-3\} \not\subset \mathbb{N}, \quad \frac{3}{7} \notin \mathbb{D}, \quad \{-2, -1, 7\} \subset \mathbb{Z}, \quad -\frac{\sqrt{25}}{2} \in \mathbb{Q}; \quad \left\{ \frac{3}{5}; \frac{3}{6} \right\} \subset \mathbb{D}; \quad 10^{-1} \notin \mathbb{Z}; \quad \sqrt{12} \notin \mathbb{Q};$$