

Exercice n°1 : (5 points) : (d'après bac sti gm 2005). Tous les résultats demandés seront justifiés.

Soit le nombre complexe $z_1 = 3 \left[\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right]$.

On pose : $z_2 = \overline{z_1}$ où $\overline{z_1}$ désigne le nombre complexe conjugué de z_1 , $z_3 = -z_1$, $z_4 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $z_5 = 3 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right]$.

1. Déterminer la forme algébrique des nombres complexes z_1 , z_2 , z_3 et z_5
2. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_2 , z_3 et z_4 .
3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique : 2cm).

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives z_1 , z_2 , z_3 et z_5 .

- a) Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. Construire ce cercle.
- b) Construire les points A, B, C et D en utilisant leurs ordonnées.
- c) Calculer les distances AC et BD.
- d) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Exercice n°2 : Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$

1. Calculer $P(-1)$. En déduire une factorisation de $P(x)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x + 1)(2x^2 - 3x - 2) = 0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\sin^3 x - \sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$. Représenter les solutions par des points du cercle trigonométrique.