

Nom :

Prénom :

Exercice n°1 : résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : a) $\frac{25x^2 - 4x}{5x - 2} = \frac{4 - 4x}{5x - 2}$ b) $\frac{1 - 2x}{x - 1} = \frac{-2x + 3}{x + 2}$

Exercice n°2 : résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a) $(3x - 1)(2 + x) > 0$; b) $(x^2 + 2)(3x - 5)(1 - x) > 0$; c) $(2x - 3)^2 < 0$; d) $(2x - 1)(4x - 3) \leq (2x - 1)(x - 3)$

Exercice n°3 : résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations : a) $\frac{(x - 1)(3x + 2)}{(2 - x)} \geq 0$ b) $\frac{2x - 3}{x + 1} \geq \frac{2x}{x - 2}$

Exercice n°4 : on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 2}$. (1)

1°) Montrer que $f(x) = 1 + \frac{2x - 5}{x^2 + 2}$. (2)

2°) Montrer que $f(x) = \frac{(x - 1)(x + 3)}{x^2 + 2}$. (3)

3°) Choisir une des expressions (1), (2), (3) pour répondre à chacune des questions suivantes.

- Calculer $f(0)$.
- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- Résoudre l'équation $f(x) = 1$.
- Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$

Exercice n°5 : la courbe C ci-contre représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

Partie A : utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes.

- Quelle est l'image de 2 par f ?
- Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Résoudre graphiquement les équations : a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = -4$ (justifier)
- Résoudre graphiquement les inéquations : a) $f(x) > 0$ b) $f(x) \leq -4$ (justifier)
- Dresser le tableau de **signes** de la fonction f .
- Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x - 2$ et soit D sa représentation graphique.
 - En vous aidant éventuellement de votre calculatrice, tracer D sur le graphique ci-contre.
 - Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$
 - Résoudre graphiquement $f(x) < g(x)$ (justifier).

Partie B : On admet que $f(x) = -x^3 + 3x - 2$. On rappelle que $g(x) = -x - 2$.

- Calculer $f(x) - g(x)$ et vérifier que $f(x) - g(x) = x(2 - x)(2 + x)$.
- Résoudre l'équation $f(x) - g(x) = 0$. En déduire les solutions de $f(x) = g(x)$. Le résultat obtenu est-il cohérent avec celui obtenu dans le 6°) b) : justifiez.
- Etudier le signe de $f(x) - g(x)$. Le résultat obtenu est-il cohérent avec celui obtenu dans le 6°) c) : justifiez.

Exercice n°6 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- A l'aide de la calculatrice conjecturer un extremum pour la fonction puis démontrer la conjecture.
- Résoudre graphiquement les inéquations : a) $f(x) \geq 3$ b) $f(x) \leq -2$

Exercice n°7 : Le tableau de variation est celui d'une fonction f définie sur l'intervalle $I = [-7 ; 6]$.

x	-7	-3	3	6
f	3		4	
		↘	↗	↘
			0	-3

- Donner l'image de 3 par f .
- Donner l'antécédent de -3 par f .
- Préciser le minimum et le maximum de f sur I .
- Comparer lorsque cela est possible en justifiant : $f(-5)$ et $f(-4)$; $f(-4)$ et $f(-2)$; $f(-1)$ et $f(1)$.
- Recopier et compléter le plus précisément possible les inégalités :
 - Si $-3 \leq x \leq 6$ alors $\dots \leq f(x) \leq \dots$
 - $\dots < f(-3,5) < \dots$
- a et b sont deux nombres tels que $3 \leq a < b \leq 6$. Comparer en justifiant $f(a)$ et $f(b)$.
- a et b sont deux nombres tels que $-3 \leq a < b \leq 3$. Comparer en justifiant $f(a)$ et $f(b)$.

