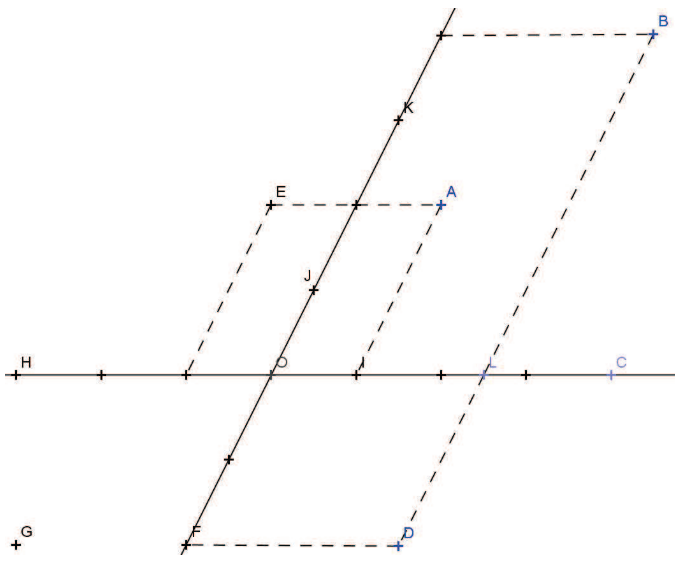
2de1 **Correction de l'évaluation n°4**

Exercice n°1 :



1°) E(-1 ; 2), F(0 ; -2) , G(-2 ; -2) et H (-3 ; 0).

2°) A (1 , 2), B $\left(\frac{5}{2};4\right)$, C(4 , 0) , D $\left(\frac{5}{2},-2\right)$ et K (0 ; 3)

3°) Le point M milieu de [AC] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$, c'est-à-dire $\left(\frac{1+4}{2};\frac{2+0}{2}\right)$.

Conclusion : $\boxed{M\left(\frac{5}{2};1\right)}$

4°) Soit N le milieu de [BD]

Les coordonnées de N sont $\left(\frac{\frac{5}{2}+\frac{5}{2}}{2};\frac{4-2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};\frac{2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};1\right)$

N et M ont les mêmes coordonnées donc N et M sont confondus.
Donc les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu.
Conclusion : $\boxed{\text{ABCD est un parallélogramme}}$.

5°) L est le symétrique du point B par rapport à A donc A est le milieu de [LB]

Donc $x_A=\frac{x_B+x_L}{2}$ et $y_A=\frac{y_B+y_L}{2}$

Soit $2x_A=x_B+x_L$ et $2y_A=y_B+y_L$

$2x_A-x_B=x_L$ et $2y_A-y_B=y_L$

$x_L=2\times1-\frac{5}{2}=\frac{4}{2}-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}$ et $y_L=2\times2-4=0$.

Conclusion : $L\left(-\frac{1}{2};0\right)$

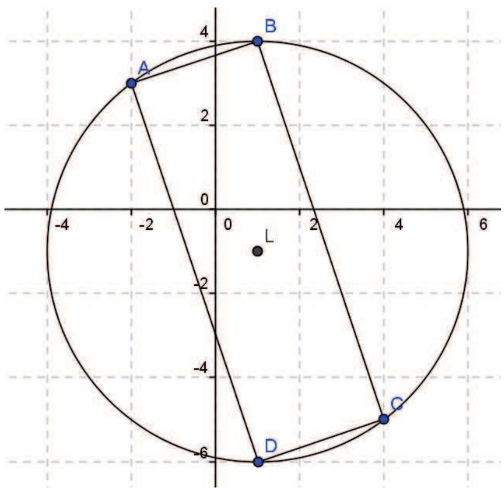
Exercice n°2 :

a) Les coordonnées des points H, D, F et B dans le repère (E, C, H) sont respectivement H (0 ; 1), D $\left(\frac{1}{2};0\right)$, F (0 ; -2) et B (1 ; 1)

b) Les coordonnées des points H, D, F et B dans le repère (D, C, A) sont respectivement H (-1 ; 1), D (0 , 0), F(-1 ; -2) et B (1 ; 1).

c) Les coordonnées des points H, D, F et B dans le repère (A, D, H) sont respectivement H (0 ; 1), D (1 ; 0), F (3 ; 1) et B (0 ; -1).

Exercice n°3 : Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\ \ I;J)$ d'unité graphique 1 cm.
On donne les points : A(-2 ; 3) , B (1 ; 4), et C(4 ; -5).



1. Placer les points sur une figure que vous compléterez au fur et à mesure.

2. Les coordonnées du point L milieu de [AC] sont $\left(\frac{-2+4}{2};\frac{3-5}{2}\right)$ = (1 ; -1)

3. ABCD est un parallélogramme si et seulement si L est le milieu de [BD]

C'est-à-dire si et seulement si $x_L=\frac{x_B+x_D}{2}$ et $y_L=\frac{y_B+y_D}{2}$

Soit $2x_L=x_B+x_D$ et $2y_L=y_B+y_D$

$2x_L-x_B=x_D$ et $2y_L-y_B=y_D$. D'où $x_D=2\times1-1=1$ et $y_D=2\times(-1)-4=-6$;
Conclusion : $\boxed{D\ (1\ ;\ -6)}$

4. AB = $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ = $\sqrt{(1+2)^2+(4-3)^2}$ = $\sqrt{3^2+1^2}$ = $\sqrt{10}$

BC = $\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2}$ = $\sqrt{(1-4)^2+(4+5)^2}$ = $\sqrt{(-3)^2+9^2}$ = $\sqrt{90}$ = $3\sqrt{10}$

AC = $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$ = $\sqrt{(4+2)^2+(-5-3)^2}$ = $\sqrt{6^2+(-8)^2}$ = $\sqrt{100}$ = 10

AB²+BC² = 10 +90 = AC²
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en B.}}$

5. C est le cercle de diamètre [AC] donc son centre est le milieu L de [AC].
Or L est aussi le milieu de [BD] donc LB = LD.

Par ailleurs le triangle ABC est rectangle en B donc C le cercle de diamètre [AC] est le cercle circonscrit au triangle ABC

$B \in C$ et donc LB est le rayon du cercle.

Comme LB = LD, LD est aussi un rayon.

Conclusion : $\boxed{D \in C}$ le cercle de diamètre [AC]

Exercice n°4 : A(4 ; 3) , B (-1 ; 0), et C(3 ; -1).

1°) AC = $\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$ = $\sqrt{(3-4)^2 + (-1-3)^2}$ = $\sqrt{(-1)^2 + (-4)^2}$ = $\sqrt{17}$

BC = $\sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$ = $\sqrt{(-1-3)^2 + (0+1)^2}$ = $\sqrt{(-4)^2 + 1^2}$ = $\sqrt{17}$

AC = BC donc $\boxed{\text{le point C appartient à la médiatrice de [AB]}}$

2°) Le point M milieu de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{4-1}{2} ; \frac{3+0}{2}\right)$.

Conclusion : $\boxed{M\left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)}$

Soit N le milieu de [CD]

Les coordonnées de N sont $\left(\frac{3+0}{2} ; \frac{-1+4}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)$

N et M ont les mêmes coordonnées donc N et M sont confondus.

Donc les diagonales du quadrilatère ACBD se coupent en leur milieu.

Donc <u>ACBD est un parallélogramme</u>.

D'après le 1°) ACBD a deux côtés consécutifs de même longueur donc <u>ACBD est un losange</u>.

AB = $\sqrt{(-1-4)^2 + (0-3)^2}$ = $\sqrt{(-5)^2 + (-3)^2}$ = $\sqrt{34}$

On constate que AC²+BC² = AB²

Donc le triangle ABC est rectangle en C.

Conclusion : $\boxed{\text{le losange ACBD est un carré}}$

Exercice n°5 : Dans un repère orthonormé, on donne les points A (-1 ; -2) ; B (2 ; 3), C $\left(3 ; \frac{14}{3}\right)$ et D $\left(-2 ; -\frac{10}{3}\right)$

1°) La fonction affine f dont la représentation graphique est la droite (AB) est telle que f(x) = ax +b où a et b sont à trouver.

f(-1) = -2 donc –a + b = -2.

f(2) = 3 donc 2a +b = 3

On a donc le système $\begin{cases} -a + b = -2 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$. En multipliant la première équation par -1 on obtient $\begin{cases} a - b = 2 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$.

En additionnant membre à membre les deux équations on a : 3a = 5 d'où $a = \frac{5}{3}$.

On remplace a par $\frac{5}{3}$ dans a – b = 2 donc b = a – 2 = $\frac{5}{3} - 2 = -\frac{1}{3}$.

Conclusion : $f(x) = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$

2°) $f(3) = \frac{5}{3} \times 3 - \frac{1}{3} = \frac{15}{3} - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$. Conclusion : les points A, B, C sont alignés.

3°) $f(-2) = \frac{5}{3} \times (-2) - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{11}{3}$.

$-\frac{11}{3} \neq -\frac{10}{3}$ donc les points A, B, D ne sont pas alignés.