

Exercice n°1 : 1. $f(x) = \sqrt{1-2x}$

$f(x)$ existe si et seulement si $1-2x \geq 0$ c'est à dire si et seulement si $1 \geq 2x$ soit ssi $\frac{1}{2} \geq x$. Conclusion : $D_f =]-\infty; -\frac{1}{2}]$

2. $f(x) = \frac{3x+2}{3x-2}$. $f(x)$ existe si et seulement si $3x-2 \neq 0$, c'est-à-dire ssi $x \neq \frac{2}{3}$.

Conclusion : le domaine de définition de la fonction f est $\mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{3} \right\}$.

3. $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-2x+1} = \frac{2x+3}{(x-1)^2}$. $f(x)$ existe si et seulement si $(x-1)^2 \neq 0$.

Conclusion : le domaine de définition de la fonction f est $\mathbb{R} - \{1\}$.

4. $f(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{3x+6}}$. $f(x)$ existe si et seulement si $(3x+6 \geq 0$ et $\sqrt{3x+6} \neq 0)$, c'est-à-dire si et seulement si $(x \geq -\frac{6}{3}$ et $3x+6 \neq 0)$,

soit si et seulement si $(x \geq -2$ et $x \neq -2)$. Conclusion : $D_f =]-2; +\infty[$

Exercice n°2 : 1. L'image de 2 par f est 3.

2. $f(4) = -5$.

3. Les antécédents de -5 par f sont -2 et 4.

4. a) $f(x) = 0$ a deux solutions -1 et 3 ; b) $f(x) = 3$ a deux solutions 0 et 2.

c) $f(x) = 4,5$ n'a pas de solution.

5. g est la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x - 1$ et D est sa représentation graphique

a. Pour $x = 1$, $2x - 1 = 1$ donc le point $A(1; 1)$ appartient à D

b. D est la droite passant par $A(1; 1)$ et $B(-3; -7)$. Voir graphique.

c. On cherche les abscisses des points d'intersection de C_f et D : $f(x) = g(x)$ a deux solutions : 2 et -2.

6. $g(x) = 2x - 1$. $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 1 + x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$. Le résultat obtenu est bien cohérent avec celui obtenu dans la question 5.c.

Exercice n°3 : f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4x+3}{x^2+1}$

1.

x	-4,5	-2,5	0,5	2
f(x)	-0,71	-0,97	4	2,2

2. $f(-4) = \frac{-16+3}{16+1} = \frac{-13}{17} \approx -0,76471$. Le point $A(-4; -0,76)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f car $\frac{-13}{17} \neq -0,76$.

Exercice n°4 : Forme 1 : $f(x) = (2x-1)^2 - 4$; **Forme 2 :** $f(x) = (2x-3)(2x+1)$; **Forme 3 :** $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$

1. $(2x-1)^2 - 4 = 4x^2 - 4x + 1 - 4 = 4x^2 - 4x - 3$: on retrouve bien la forme 3.

$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 + 2x - 6x - 3 = 4x^2 - 4x - 3$: on retrouve bien la forme 3.

2. a. $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$ donc $f(0) = -3$, $f(\sqrt{5}) = 4 \times \sqrt{5}^2 - 4\sqrt{5} - 3 = 20 - 4\sqrt{5} - 3 = 17 - 4\sqrt{5}$,

$f(-1) = 4 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$

b. Les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont les solutions de

l'équation $f(x) = 0$. $f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-3)(2x+1) = 0 \Leftrightarrow (2x-3) = 0$ ou $(2x+1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$.

Conclusion : les abscisses des points d'intersections de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont $\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{2}$

c. $f(x) = -3 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 3 = -3 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-1) = 0 \Leftrightarrow 4x = 0$ ou $(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

Conclusion : les antécédents de -3 sont 0 et 1.

d. $f(x) = -4 \Leftrightarrow (2x-1)^2 - 4 = -4 \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x-1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Exercice n°5 : 1°) $A(x) = (5-2x)(5+2x) - (3x-2)(2x+1) - (3x+2)^2 = 25 - 4x^2 - (6x^2 + 3x - 4x - 2) - (9x^2 + 12x + 4)$

$A(x) = 25 - 4x^2 - 6x^2 + x + 2 - 9x^2 - 12x - 4 = -19x^2 - 11x + 23$

2°) $A(x) = (5x-3)(3x-2) - (3-5x)(x-1) = (5x-3)(3x-2) + (5x-3)(x-1) = (5x-3)[(3x-2) + (x-1)] = (5x-3)(4x-3)$

$B(x) = (2x-3)^2 - (2x-3) = (2x-3)(2x-3) - 2x + 3 \times 1 = (2x-3)[(2x-3) - 1] = (2x-3)(2x-4) = 2(2x-3)(x-2)$.

$C(x) = (7x-4)(x+2) + 49x^2 - 16 = (7x-4)(x+2) + (7x-4)(7x+4) = (7x-4)[(x+2) + (7x+4)] = (7x-4)(8x+6) = 2(7x-4)(4x+3)$.

$D(x) = (9x^2 - 24x + 16) - (6x-8) = 3x - 4 \times 2 - 2(3x-4) = (3x-4)[3x-4-2] = (3x-4)(3x-6) = 3(3x-4)(x-2)$.