

NOM : ..... PRENOM : .....

**Exercice 1** : soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_n = \frac{n+3}{n+4}$

Etudier le sens de variation de la suite en calculant la différence  $u_{n+1} - u_n$ , pour tout entier naturel.

**Exercice 2** : soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  non nul, par  $u_n = \frac{5^n}{n}$

Vérifier que les termes de la suite sont positifs et étudier le sens de variation de la suite en calculant  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ , pour tout entier naturel non nul.

**Exercice n°3** : Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$

1. On choisit  $u_0 = -0,5$

A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à  $10^{-6}$  près de  $u_5$  et conjecturer le sens de variation de la suite. La suite semble-t-elle majorée ? minorée ?

2. On choisit  $u_0 = 6$

A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à  $10^{-6}$  près de  $u_5$  conjecturer le sens de variation de la suite. La suite semble-t-elle majorée ? minorée ?

3. Quelle est la particularité de la suite lorsqu'on choisit  $u_0 = 2$  ?

**Exercice 4** : soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$  et  $u_0 = -\frac{3}{2}$ .

On admet que  $u_n$  est défini pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,

1.a) Calculer les valeurs exactes de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ . La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? (justifier votre réponse).

b) A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à  $10^{-6}$  près de  $u_5$ .

2. Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-1,5 ; 1,5]$  par  $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$

a) Déterminer la dérivée de  $f$

b) Étudier les variations de  $f$  sur  $[-1,5 ; 1,5]$  et dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $[-1,5 ; 1,5]$ .

3. a.

Compléter le tableau de valeurs (arrondir au centième si nécessaire) :

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
f(x)							

b. Dans un repère orthonormé d'unité graphique 4 cm, tracer la courbe représentative de  $f$  sur  $[-1,5 ; 1,5]$ .

c. A l'aide de la courbe, placer sur l'axe des abscisses,  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$ .

d. Conjecturer le sens de variation de la suite.

e. La suite semble-t-elle majorée ? minorée ?

5. Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$ ; on admet que  $v_n$  est défini pour tout  $n$ .

a) Montrer que  $(v_n)$  est géométrique et donner ses éléments caractéristiques.

b) En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .

c) Prouver que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $1 - v_n \neq 0$ .

d) Démontrer que  $u_n = \frac{1 + 2v_n}{1 - v_n}$ .

e) En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

f) Déterminer la valeur exacte, puis une valeur approchée à  $10^{-6}$  près, de  $u_5$ . Vérifier que vous retrouvez bien le résultat obtenu dans le 1.b)

**Exercice n°5** : Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

1. Calculer  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

2. Exprimer  $u_{n+4}$  en fonction de  $u_n$ .

3. La suite est-elle périodique, Si oui, quelle est sa période ?