Exercice n°1 : f est la fonction définie sur ℝ .par f(x) = - x² +3x + 2

1°) Soit t(h) le taux de variation de f entre 3 et 3+h où h est un réel non nul : $t(h) = \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

$f(3+h) = -(3+h)^2 + 3(3+h) + 2 = -(9+6h+h^2) + 9 + 3h + 2 = -9 - 6h - h^2 + 9 + 3h + 2$

$f(3+h) = 2 - 3h - h^2$

$f(3) = -9 + 9 + 2 = 2$

$t(h) = \frac{2-3h-h^2-2}{h} = \frac{-3h-h^2}{h} = -3 - h$

2°) On en déduit que $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}[-3-h] = -3$.

Conclusion : $\boxed{\text{f est dérivable en 3 et f '(3) = -3}}$

3°) T est la droite passant par le point de C d'abscisse 3 et de coefficient directeur -3.

4°) a) D'après le tableau, on a bien f'(3) = -3

b) D'après le tableau f'(-1) = 5 donc la tangente T_B à la courbe C_f au point B d'abscisse -1 a pour coefficient directeur 5.

c) D'après le tableau f'(1) = 1 donc la tangente T_C à la courbe C_f au point C d'abscisse 1a pour coefficient directeur 1.

Exercice n°2 :

1°) L'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -2 est 4 donc : f(-2) =4 (cf le point C)

2°) f ' (-8) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse –8, c'est à dire de la droite T (cf graphique).

Par lecture graphique, on obtient : f'(-8)= -9.

f '(-4) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point E d'abscisse –4, c'est à dire de la droite T'. Par lecture graphique, on obtient f '(-4) = 3.

3°) L'équation réduite de T est y = f'(-8)(x+8) + f(-8).

D'après le 1°) f'(-8) = -9. De plus f(-8) = 4 (lecture graphique).

Donc y = -9(x+8) + 4

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation réduite de T est : y = -9x - 68}}$;

4°) a) On cherche les abscisses des points de la courbe situés sur la droite d'équation y = 4.

f(x) = 4 a deux solutions –8 et –2

b) On cherche les abscisses des points de la courbe ayant une tangente parallèle à l'axe des abscisses :

f '(x) = 0 a deux solutions –6 et –2.

c) On cherche les intervalles sur lesquels la fonction est strictement croissante :

f '(x) > 0 pour x appartenant à]-6, -2 [.

Exercice n°3 : f est la fonction définie sur ℝ - {1} par $f(x) = \frac{3}{x-1}$. Soit C sa courbe représentative dans un repère

1°) a) Pour a ≠ 1 et pour tout réel h ≠0 tel que a+h≠1 :

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{3}{a+h-1} - \frac{3}{a-1}}{h} = \frac{\frac{3(a-1)}{a+h-1} - \frac{3(a+h-1)}{a-1}}{h} = \frac{\frac{3a-3}{(a+h-1)(a-1)} - \frac{3a+3h-3}{(a-1)(a+h-1)}}{h} = \frac{-3h}{(a+h-1)(a-1)h}$$

Conclusion : $\boxed{\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = -\frac{3}{(a+h-1)(a-1)}}$.

b) $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim\limits_{x\to 0}\left[-\frac{3}{(a+h-1)(a-1)}\right] = -\frac{3}{(a-1)^2}$.

On en déduit que f est dérivable pour tout réel a différent de 1 et que $f'(a) = -\frac{3}{(a-1)^2}$

2°) Le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 2 est donc égal à $-\frac{3}{(2-1)^2} = -3$.

3°) L'équation réduite de la tangente T_2 à C au point d'abscisse 2 est : y = f '(2)(x-2)+f(2).

Or $f(2) = \frac{3}{2-1} = 3$ donc $y = -3(x-2)+3$. Conclusion : l'équation réduite de T_2 est $y = -3x + 9$

Exercice n°4 : f est la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^2$.

Pour tout réel a et pour tout réel h non nul :

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \frac{a^2+2ah+h^2-a^2}{h} = \frac{2ah+h^2}{h} = 2a+h$$

.

$\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim\limits_{x\to 0}(2a+h) = 2a$.

On en déduit que f est dérivable pour tout réel a et que $f'(a) = 2a$

Exercice n°5 :