1ère S2 **Correction de l'évaluation n°3**

Exercice 1 (1,5 points) : $f(x) = -7x^2 + 4x + 3$

1. 1 est une racine "apparente" donc f est factorisable par x -1 et f(x) = (x -1) (-7x -3)

2. $f(x) > 0 \Leftrightarrow (x-1)(-7x-3) > 0$.
On résout cette inéquation à l'aide d'un tableau de signes.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{7}$		1		$+\infty$
x-1		–		-		+	
-7x-3		+	0	-		-	
f(x)		-	0	+	0	–	

Conclusion : f(x) > 0 a pour ensemble de solutions $\left]-\frac{3}{7};1\right[$

Exercice 2 (2,5 points) **:** Soit $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 6$

1. $g(2) = 2\times 8 - 4\times 4 + 3\times 2 - 6 = 16 - 16 + 6 - 6 = 0$
donc g(x) est factorisable par x – 2.
C'est à dire g(x) = (x –2) $\times$ Q(x) où Q(x) est un polynôme de degré 2.

Par identification, on détermine immédiatement les coefficients des monômes de degré 2 et 0 : ils sont respectivement égaux à 2 et 3.
On a donc g(x) = (x – 2) ($2x^2$ + bx +3) où b est à trouver.
On développe et on ordonne : $g(x) = 2x^3 + bx^2 + 3x - 4x^2 - 2bx - 6 = 2x^3 + (b-4)x^2 + (3-2b)x + 8$.
Par identification avec $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 6$, on obtient : $\begin{cases} b-4=-4 \\ 3-2b=3 \end{cases}$. d'où b = 0

Conclusion : g(x) = (x – 2) ($2x^2$ + 3)

2. $g(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(2x^2+3)=0 \Leftrightarrow (x-2)=0$ ou $(2x^2+3)=0 \Leftrightarrow x=2$ ou $x^2=-\frac{3}{2}$

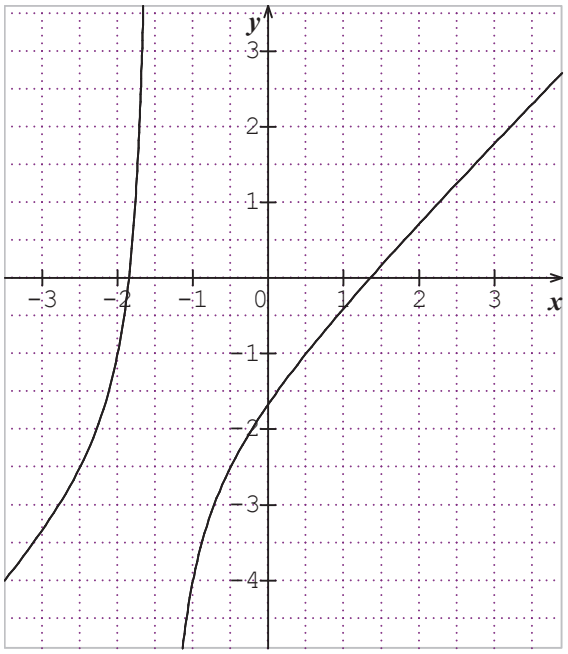
L'égalité $x^2=-\frac{3}{2}$ est impossible dans $\mathbb{R}$.
Conclusion : l'équation g(x) = 0 a une solution 2

Exercice 3 (1 point) : Soit $h(x) = 14x^3 - 53x^2 - 14x + 8$.

A l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice on observe que h(-0,5) = 0 et h(4) = 0 donc h est factorisable par x + 0,5 et x -4.
On en déduit que h (x) = $(x+0,5)(x-4)\times$ Q x, où Q est un polynôme à déterminer.
h est de degré 3 et Q est un polynôme de degré 1. Par identification, on détermine les coefficients des monômes

Conclusion : h(x) = $(x+0,5)(x-4)(14x-4)$

***Exercice 4* (4 points)** : la fonction f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 + x - 5}{2x + 3}$



1.

$$ax + b + \frac{c}{2x+3} = \frac{(ax+b)(2x+3)}{2x+3} + \frac{c}{2x+3} = \frac{2ax^2 + 3ax + 2bx + 3b}{2x+3} + \frac{c}{2x+3}$$
$$= \frac{2ax^2 + 3ax + 2bx + 3b}{2x+3} + \frac{c}{2x+3}.$$

Donc pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$, $\frac{2x^2 + x - 5}{2x+3} = \frac{2ax^2 + (3a+2b)x + 3b + c}{2x+3}$

Donc $2x^2 + x - 5 = 2ax^2 + (3a+2b)x + 3b + c$ pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$

D'après le théorème d'identification : $\begin{cases} 2a = 2 \\ 3a + 2b = 1 \\ 3b + c = -5 \end{cases}$ soit $\begin{cases} a = 1 \\ 2b = -2 \\ c = -5 - 3b \end{cases}$. C'est à dire :

$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$.

Conclusion : a= 1, b =-1 et c = -2 et $\frac{2x^2 + x - 5}{2x+3} = x - 1 - \frac{2}{2x+3}$

2. a) L'ordonnée à l'origine de la droite Δ d'équation y = x – 1 est -1 et le coefficient directeur est 1.

b) Il semble que C_f soit en dessous de Δ sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

3. C_f est en dessous de Δ lorsque f(x) – (x – 1) < 0.

D'après la question 1 , pour tout réel x de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$, $f(x) = x - 1 - \frac{2}{2x+3}$, et donc $f(x) - (x-1) = -\frac{2}{2x+3}$

	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
-2	-		-		
2x+3	-	0	+		
quotient	+	‖	‖		-

Conclusion : f(x) –(x – 1) <0 sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$;

C_f est au dessous de Δ sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$

***Exercice 5* (3 points)** : d et d' sont les droites d'équations cartésiennes respectives 3x+2y-5 = 0 et 5x-4y-1 = 0.

1. *propriété :* dans un repère quelconque , toute droite d'équation de la forme ax+by+c=0, a et b étant deux réels dont l'un au moins est non nul a pour vecteur directeur $\vec{u}(-b; a)$.

On en déduit qu'un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et qu'un vecteur directeur de d' est $\vec{u}'\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

$-2 \times 5 - 3 \times 4 = -22$

-22 est non nul donc d et d' ne sont pas parallèles.

Conclusion : les droites d et d' sont sécantes en un point I.

Les coordonnées du point d'intersection I de d et d' sont solution du système $\begin{cases} 3x + 2y - 5 = 0 \\ 5x - 4y - 1 = 0 \end{cases}$

On multiplie la première équation par 2 on obtient : $\begin{cases} 6x + 4y = 10 \\ 5x - 4y = 1 \end{cases}$.

On additionne membre à membre d'où 11x = 11.

On obtient x = 1.

On remplace x par 1 dans 3x +2y = 5 et on obtient y = 1.

Conclusion : les coordonnées du point I sont (1 ,1).

2. d et d'' sont parallèles donc $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de d''.

Une équation cartésienne de d'' est donc $3x+2y+c=0$ où c est à trouver.

A(4 ; 3) est un point de d'' donc $3 \times 4 + 2 \times 3 + c = 0$; Soit c = -18.

Conclusion : une équation de d'' est 3x +2y – 18 = 0

Exercice 6 (8 points) *:* Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\ \vec{i}\ ;\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.
On donne les points : A(-2 ; 3) , B (1 ; 4) et C(4 ; -5).

1. Placer les points sur une figure que vous compléterez au fur et à mesure.

2. a) ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}4-x\\-5-y\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases}4-x=3\\-5-y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-6\end{cases}$

Conclusion : les coordonnées du point M tel que ABCD est un parallélogramme sont $(1,-6)$

b) Soit (x,y) les coordonnées du point L tel que $\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{BL}+3\overrightarrow{CL}=\vec{0}$

$\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{BL}+3\overrightarrow{CL}=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AL}+3\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AL}=\vec{0}$ donc $5\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ donc $3\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}18\\-24\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}21\\-23\end{pmatrix}$ et donc $\overrightarrow{AL}\begin{pmatrix}\frac{21}{5}\\-\frac{23}{5}\end{pmatrix}$

Finalement : $\begin{cases}x=-2+\frac{21}{5}\\y=3-\frac{23}{5}\end{cases}$ Soit $\begin{cases}x=\frac{11}{5}\\y=-\frac{8}{5}\end{cases}$.

Conclusion : les coordonnées du point L sont $\left(\frac{11}{5},-\frac{8}{5}\right)$

c) I est le milieu de [AC] donc $x_I=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1$ et $y_I=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1$.

Conclusion : les coordonnées du point I tel que I est le milieu de [AC] sont (1 , -1).

3. Calculer les longueurs AB, BC et AC. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifiez.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ donc $AB=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$.

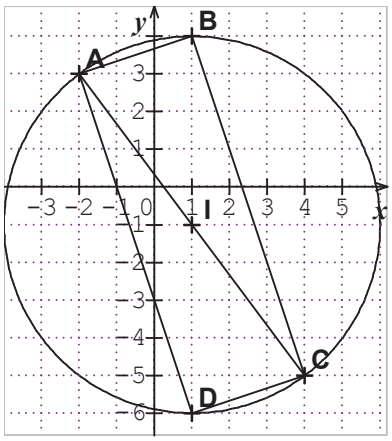
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}3\\-9\end{pmatrix}$ donc $BC=\sqrt{3^2+(-9)^2}=\sqrt{9+81}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix}$ donc $CA=\sqrt{(-6)^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$.

$AB^2+BC^2=10+90=100$ et $CA^2=100$ donc $AB^2+BC^2=CA^2$.

Conclusion : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4. a) Le triangle ABC est rectangle en B donc le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu de l'hypoténuse c'est à dire du coté [AC], c'est-à-dire le point I (1 , -1).



le rayon R est 5 : $\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 10=5$.

L'équation du cercle est donc $(x-1)^2+(y+1)^2=25$

b) D (1 ; -6). $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$ donc $ID=\sqrt{0^2+5^2}=5$.

Conclusion : ID = 5 donc D appartient au cercle

5. On considère le cercle C' d'équation $x^2+y^2-2x+8y=-4$

Déterminer le centre et le rayon de ce cercle.

$x^2+y^2-2x+8y=-4 \Leftrightarrow (x-1)^2-1+(y+4)^2-16=-4 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+4)^2=13$

C ' est le cercle de centre (1 ; -4) et de rayon $\sqrt{13}$