

Exercice n°1 :

$$A(x) = (x-1)(-x+2) + (2x+1)^2 = -x^2 + 2x + x - 2 + (4x^2 + 4x + 1) = 3x^2 + 7x - 1$$

$$B(x) = (x-3)^2 - 4x(x-1) = x^2 - 6x + 9 - (4x^2 - 4x) = -3x^2 - 2x + 9$$

$$C(x) = (2x+5)^2 - (5x+2)(5x-2) - (1-x)(3+x) = 4x^2 + 20x + 25 - (25x^2 - 4) - (3 + x - 3x - x^2)$$

$$C(x) = 4x^2 + 20x + 25 - 25x^2 + 4 - 3 + 2x + x^2 = -20x^2 + 22x + 26.$$

Exercice n°2 :

$$A(x) = (3x-1)^2 \text{ donc } A(x) = 9x^2 - 6x + 1$$

$$B(x) = (x+2)^2 \text{ donc } B(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$C(x) = (4x+7)^2 \text{ donc } C(x) = 16x^2 + 56x + 49$$

$$D(x) = (5-x)^2 \text{ donc } D(x) = 25 - 10x + x^2$$

$$E(x) = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{3x}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{x^2}{4} + x + 1\right) + \left(\frac{9x^2}{4} - 3x + 1\right) = \frac{x^2}{4} + x + 1 + \frac{9x^2}{4} - 3x + 1 = \frac{10x^2}{4} - 2x + 2 = \frac{5}{2}x^2 - 2x + 2$$

Conclusion : $E(x) = \frac{5}{2}x^2 - 2x + 2$.

Exercice n°3 :

$$A(x) = (2x-3)(-x-2) + (2x+3)^2 = (-2x^2 - 4x + 3x + 6) + (4x^2 + 12x + 9) = -2x^2 - 4x + 3x + 6 + 4x^2 + 12x + 9 = 2x^2 + 11x + 15.$$

$$B(x) = -4x(x+1) - (x+2)^2 = (-4x^2 - 4x) - (x^2 + 4x + 4) = -4x^2 - 4x - x^2 - 4x - 4 = -5x^2 - 8x - 4$$

$$C(x) = \frac{3}{2}x + 4(x-1)^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = \frac{3}{2}x + 4(x^2 - 2x + 1) - \left(\frac{x^2}{4} + x + 1\right) = \frac{3}{2}x + 4x^2 - 8x + 4 - \frac{x^2}{4} - x - 1$$

$$C(x) = \frac{15}{4}x^2 - \frac{15}{2}x + 3.$$

Exercice n°4 :

a) $A(x) = x^2 - 4x + 4$ donc $A(x) = (x-2)^2$

b) $B(x) = 25x^2 + 10x - 1$ n'est pas une identité remarquable.

c) $C(x) = 4 - 18x + 9x^2$ n'est pas une identité remarquable
 $(2-3x)^2 = 4 - 12x + 9x^2$

d) $D(x) = x^2 - 2x + 1$ donc $D(x) = (x-1)^2$

e) $E(x) = x^2 + 4$ n'est pas une identité remarquable.

f) $F(x) = -4x^2 + 12x + 9$ n'est pas une identité remarquable

g) $G(x) = \frac{x^2}{4} - 3x + 9$ donc $G(x) = \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$

h) $H(x) = 6x + 9 + x^2 = (x+3)^2$

Exercice n°5 :

a) $25x^2 - 4 = (5x-2)(5x+2)$

b) $-x^2 - 4$ n'est pas une différence de deux carrés

c) $x^2 - 121 = (x-11)(x+11)$

d) $-4x^2 + 9 = 9 - 4x^2 = (3-2x)(3+2x)$

e) $49 - 36x^2 = (7-6x)(7+6x)$

f) $4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$

g) $3 - x^2 = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x)$

h) $7x^2 - 100 = (\sqrt{7}x - 10)(\sqrt{7}x + 10)$

i) $10 - 9x^2 = (\sqrt{10} - 3x)(\sqrt{10} + 3x)$

j) $(3x-2)^2 - (2x+1)^2$ est une différence de deux carrés. $(3x-2)^2 - (2x+1)^2 = [(3x-2) - (2x+1)][(3x-2) + (2x+1)]$

$$(3x-2)^2 - (2x+1)^2 = (x-3)(5x-1)$$

k) $-x^2 + (1-2x)^2$ est une différence de deux carrés. $-x^2 + (1-2x)^2 = (1-2x)^2 - x^2 = [(1-2x) - x][(1-2x) + x]$

$$-x^2 + (1-2x)^2 = (1-3x)(1-x)$$

l) $4(x-1)^2 - (3x+1)^2$ est une différence de deux carrés.

$$4(x-1)^2 - (3x+1)^2 = [2(x-1)]^2 - (3x+1)^2 = [2(x-1) - (3x+1)][2(x-1) + (3x+1)] = (2x-2-3x-1)(2x-2+3x+1)$$

$$4(x-1)^2 - (3x+1)^2 = (-x-3)(5x-1)$$

m) $(x-4)^2 - (-x-3)^2$ est une différence de deux carrés. $(x-4)^2 - (-x-3)^2 = [(x-4) - (-x-3)][(x-4) + (-x-3)]$

$$(x-4)^2 - (-x-3)^2 = (2x-1)(-7). \quad (x-4)^2 - (-x-3)^2 = -7(2x-1)$$

Exercice n°6 :

a) $(x+1)^2 + 4$ n'est pas une différence de deux carrés : c'est une somme de deux carrés.

b) $(5x-7)^2 - (x+4)^2$ est une différence de deux carrés.

$$(5x-7)^2 - (x+4)^2 = [(5x-7) - (x+4)][(5x-7) + (x+4)] = (4x-11)(6x-3)$$

c) $4(x-3)^2 - 9$ est une différence de deux carrés.

$$[2(x-3)]^2 - 3^2 = [2(x-3) - 3][2(x-3) + 3] = (2x-9)(2x-3)$$

d) $-(3x-1)^2 + 25$ est une différence de deux carrés.

$$-(3x-1)^2 + 25 = 25 - (3x-1)^2 = [5 - (3x-1)][5 + (3x-1)] = (6-3x)(4+3x)$$

e) $9(x+1)^2 + 25$ n'est pas une différence de deux carrés : c'est une somme de deux carrés.

f) $-(x-3)^2 + 4(x+1)^2$ est une différence de deux carrés.

$$-(x-3)^2 + 4(x+1)^2 = 4(x+1)^2 - (x-3)^2 = [2(x+1) - (x-3)][2(x+1) + (x-3)] = (x+5)(3x-1)$$

Exercice n°7 : $f(x) = (2x+1)(2x+3) - (2x+1)(x-3)$

$$f(x) = (2x+1)[(2x+3) - (x-3)]$$

$$f(x) = (2x+1)(2x+3-x+3)$$

$$f(x) = (2x+1)(x+6)$$

$$g(x) = (2x-5)(x+6) - 2x-12$$

$$g(x) = (2x-5)(x+6) - 2(x+6)$$

$$g(x) = (x+6)[(2x-5)-2]$$

$$g(x) = (x+6)(2x-7)$$

$$h(x) = (3x+8)(49-4x^2) = (3x+8)(7-2x)(7+2x)$$

$$i(x) = (x-2)(x+3) + x^2 - 4x + 4 = (x-2)(x+3) + (x-2)^2 = (x-2)[(x+3) + (x-2)] = (x-2)(2x+1)$$

$$j(x) = 3 - x + (3-x)^2$$

$$j(x) = (3-x) + (3-x)(3-x)$$

$$j(x) = (3-x)[1 + (3-x)]$$

$$j(x) = (3-x)(4-x)$$

$$k(x) = (x-5)(2x+3) + (4x-5)(5-x) = (x-5)(2x+3) - (4x-5)(x-5) = (x-5)[(2x+3) - (4x-5)] = (x-5)(2x+3-4x+5) = (x-5)(-2x+8) = 2(x-5)(-x+4)$$

$$l(x) = 4x^2 - 1 - (3x+5)(2x-1) = (2x-1)(2x+1) - (3x+5)(2x-1) = (2x-1)[(2x+1) - (3x+5)] = (2x-1)(-x-4).$$

Exercice n°8 : a) On pose $f(x) = (x-1)(2x-3) - (1-x)^2 + x - 1$.

$$f(x) = (x-1)(2x-3) - (1-x)(1-x) + x - 1 = (x-1)(2x-3) + (x-1)(1-x) + (x-1)$$

$$f(x) = (x-1)[(2x-3) + (1-x) + 1] = (x-1)(x-1). \text{ Remarque : } (1-x)^2 = [-(x-1)]^2 = (x-1)^2$$

b) On pose $g(x) = (2x+3)(x-1) + (x+1)(4-5x)$

$$g(x) = 2x^2 - 2x + 3x - 3 + 4x - 5x^2 + 4 - 5x = 1 - 3x^2 = 1^2 - (\sqrt{3}x)^2$$

$$g(x) = (1 - \sqrt{3}x)(1 + \sqrt{3}x)$$

c) On pose $h(x) = (x-3)(x+2) - (x+2)^2 + 2x^2 + 4x$

$$h(x) = (x-3)(x+2) - (x+2)(x+2) + 2x(x+2) = (x+2)[(x-3) - (x+2) + 2x]. \quad h(x) = (x+2)(2x-5)$$

d) On pose $k(x) = (x+3)(x+1) - (x-3)(x-1)$. $k(x) = x^2 + 4x + 3 - (x^2 - 4x + 3) = 8x$

e) On pose $l(x) = 2(4x-5)^2 - 5x(5-4x)$. $l(x) = 2(4x-5)(4x-5) + 5x(4x-5) = (4x-5)[2(4x-5) + 5x] = (4x-5)(8x-10+5x) = (4x-5)(13x-10)$

f) On pose $j(x) = (6x-3)(x+1) - (2x-1)(x+1) + (1-2x)^2$. $j(x) = 3(2x-1)(x+1) - (2x-1)(x+1) - (2x-1)(1-2x) = (2x-1)[(3x+3) - (x+1) - (1-2x)]$

$$j(x) = (2x-1)(3x+3-x-1-1+2x) = (2x-1)(4x+1)$$

$$g) \quad 2x-3 - (5x+1)(2x-3) = (2x-3) \times 1 - (5x+1)(2x-3) = (2x-3)[1 - (5x+1)] = (2x-3)(-5x)$$

$$2x-3 - (5x+1)(2x-3) = -5x(2x-3)$$

$$h) \quad (4x-1)^2 - 4x+1 = (4x-1)^2 - (4x-1) = (4x-1)(4x-1) - (4x-1) \times 1 = (4x-1)[(4x-1) - 1]$$

$$(4x-1)^2 - 4x+1 = (4x-1)(4x-2) = 2(4x-1)(2x-1)$$

$$i) \quad 9x^2 - 1 + (x-3)(3x+1) = (3x-1)(3x+1) + (x-3)(3x+1) = (3x+1)[(3x-1) + (x-3)] = (3x+1)(4x-4)$$

$$9x^2 - 1 + (x-3)(3x+1) = 4(3x+1)(x-1)$$

$$j) \quad x^2 - 4x + 2x(x-4) = x(x-4) \times 1 + 2x(x-4) = x(x-4)[1+2]. \quad x^2 - 4x + 2x(x-4) = 3x(x-4)$$

Exercice n°9 : 1°) a) $4x(2x-1) = 0 \Leftrightarrow 4x = 0$ ou $2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$.

Conclusion : l'ensemble des solutions de $4x(2x-1) = 0$ est $\{0; \frac{1}{2}\}$

b) $(5x-3)(1-x) = 0 \Leftrightarrow 5x-3 = 0$ ou $1-x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$ ou $x = 1$. Conclusion : $S = \{\frac{3}{5}; 1\}$

c) $(5x + 3)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 3 = 0$ ou $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$ ou $x = 3$. Conclusion : l'équation $(5x + 3)(x - 3) = 0$ a deux solutions $-\frac{3}{5}$ et 3

d) $(-x - 2)(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow -x - 2 = 0$ ou $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = -1$. Conclusion : $S = \{-2 ; -1\}$

2°) a) $\frac{3x}{4}(x + 3)(2x - \frac{1}{3}) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{4} = 0$ ou $x + 3 = 0$ ou $2x - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $x = -3$ ou $x = \frac{1}{6}$. Conclusion : $S = \{0 ; -3 ; \frac{1}{6}\}$.

Résolution de $2x - \frac{1}{3} = 0$: $2x - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6}$.

b) $(x - 3)^2(\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $\frac{5}{3}x + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $\frac{10}{6}x + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -\frac{1}{10}$. Conclusion : $S = \{3 ; -\frac{1}{10}\}$.

Résolution de $\frac{10}{6}x + \frac{1}{6} = 0$: $\frac{10}{6}x + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow \frac{10x + 1}{6} = 0 \Leftrightarrow 10x + 1 = 0 \Leftrightarrow 10x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{10}$

Exercice n°10 :

1°) a) $4x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(4x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{3}{4}$

b) $5x^2 = x \Leftrightarrow 5x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(5x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{1}{5}$

c) $2x^2 - x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.

2°) a) $(5x - 1)(x + 2) = (x + 2)(1 - x) \Leftrightarrow (5x - 1)(x + 2) - (x + 2)(1 - x) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(5x - 1 - 1 + x) = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 2)(6x - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = \frac{1}{3}$

b) $(x - 1)(x + 4) = (x - 2)(x + 3) \Leftrightarrow (x - 1)(x + 4) - (x - 2)(x + 3) = 0$. On ne peut pas factoriser donc on développe
 $\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 - (x^2 + x - 6) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 - x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

c) $(2x + 1)(2 - x) = (2x + 1)^2 \Leftrightarrow (2x + 1)(2 - x) - (2x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)[(2 - x) - (2x + 1)] = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)(-3x + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{3}$.

d) $(4x - 3)(4 - x) = (x - 2)(x + 6) \Leftrightarrow (4x - 3)(4 - x) - (x - 2)(x + 6) = 0 \Leftrightarrow 16x - 4x^2 - 12 + 3x - (x^2 + 6x - 2x - 12) = 0$
 $\Leftrightarrow 16x - 4x^2 - 12 + 3x - x^2 - 4x + 12 = 0 \Leftrightarrow 15x - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x(15 - 5x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{15}{5} = 3$

Exercice n°11 :

1°) $(4x + 5)^2 = 16x^2 + 40x + 25$

2°) $A(x) = (5 - 2x)(5 + 2x) - (3x - 2)(2x + 1) - (3x + 2)^2$

Rappels : pour tous nombres a et b : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Donc $A(x) = (25 - 4x^2) - (6x^2 + 3x - 4x - 2) - (9x^2 + 12x + 4)$

$A(x) = 25 - 4x^2 - 6x^2 + x + 2 - 9x^2 - 12x - 4$. Conclusion : $A(x) = -19x^2 - 11x + 23$

3°) Factoriser et réduire : $A(x) = (5x - 3)(3x - 2) - (3 - 5x)(x - 1)$

$3 - 5x$ est l'opposé de $5x - 3$

$A(x) = (5x - 3)(3x - 2) + (5x - 3)(x - 1) = (5x - 3)[(3x - 2) + (x - 1)] = (5x - 3)(4x - 3)$

$B(x) = (2x - 3)^2 - (2x - 3) = (2x - 3)(2x - 3) - (2x - 3) \times 1 = (2x - 3)[(2x - 3) - 1] = (2x - 3)(2x - 4) = 2(2x - 3)(x - 2)$

$C(x) = 8 - 14x - (7x - 4)(x + 2) + 16 - 49x^2$

On sait que $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ donc

$C(x) = 2(4 - 7x) - (7x - 4)(x + 2) + (4 - 7x)(4 + 7x) = 2(4 - 7x) + (4 - 7x)(x + 2) + (4 - 7x)(4 + 7x)$

$C(x) = (4 - 7x)[2 + (x + 2) + (4 + 7x)] = (4 - 7x)(8x + 8) = 8(4 - 7x)(x + 1)$

$D(x) = (9x^2 - 24x + 16) - 2(3x - 4)$

Rappel : pour tous nombres a et b, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$D(x) = (3x - 4)^2 - 2(3x - 4) = (3x - 4)[(3x - 4) - 2] = (3x - 4)(3x - 6) = 3(3x - 4)(x - 2)$

$E(x) = (3 - 5x)(3x - 12) - (9 - 25x^2)(x - 4) + (5x - 3)(x^2 - 8x + 16) = 3(3 - 5x)(x - 4) - (3 - 5x)(3 + 5x)(x - 4) - (3 - 5x)(x - 4)^2$

$E(x) = (3 - 5x)(x - 4)[3 - (3 + 5x) - (x - 4)] = (3 - 5x)(x - 4)(-6x + 4) = 2(3 - 5x)(x - 4)(-3x + 2)$

$F(x) = 9x - 6 - (2 - 3x) - (9x^2 - 12x + 4) = 3(3x - 2) + (3x - 2) - (3x - 2)^2 = (3x - 2)[3 + 1 - (3x - 2)] = (3x - 2)(4 - 3x + 2)$

$F(x) = (3x - 2)(6 - 3x) = 3(3x - 2)(2 - x)$

$G(x) = (2x - 3)^2 - 49(x - 1)^2 = (2x - 3)^2 - [7(x - 1)]^2 = [(2x - 3) - (7x - 7)][(2x - 3) + (7x - 7)] = (-5x + 4)(9x - 10)$