

ANGLES ORIENTES : CONTRÔLE DES CONNAISSANCES.

I) Repérage sur le cercle

1°) Cercle trigonométrique.

Définition : on appelle **cercle trigonométrique** du plan orienté tout cercle de rayon orienté dans le sens

Par convention, le sens direct est le

2°) Conversion radians/ degré :

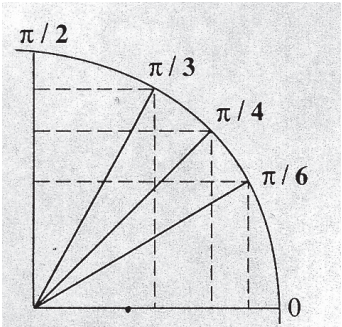
Un angle peut être mesuré dans diverses unités. Parmi elles, le degré, le grade et une nouvelle unité : le

L'angle de **180°** mesure **radians** (notation : rad)

La mesure d'un angle en radian est à sa mesure en degré

Tableau de conversion : se familiariser avec les mesures en radians des angles remarquables est indispensable :

angle	plat	plein	droit			
mesure en degrés	180	360	90	60	45	30
mesure en radians						



3°) Associer à un point M du cercle trigonométrique une famille de réels :

a) Théorème 1 :

À tout point M du cercle trigonométrique C, on associe une infinité de réels ;

Si on note x un de ces réels, les autres réels sont

On les notera : avec $k \in \mathbb{Z}$.

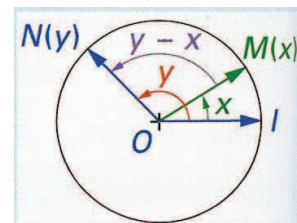
4°) Mesures d'un angle orienté $(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON})$ où M et N sont deux points du cercle trigonométrique de centre O.

a) Définition 4 :

Soit M et N deux points du cercle trigonométrique de centre O, repérés respectivement par deux réels x et y.

Les mesures en radians de l'angle orienté $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ sont les réels avec $k \in \mathbb{Z}$.

On note $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \dots\dots\dots$ ou $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \dots\dots\dots$;



b) Applications :

Il faut bien comprendre la différence entre angle géométrique et angle orienté

A un **angle géométrique** $\widehat{MON}$ correspond **deux angles** distinctset

ANGLES ORIENTES : CONTRÔLE DES CONNAISSANCES.

5°) Mesure principale.

M et N sont deux points du cercle trigonométrique de centre O.

L'angle orienté $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ possède une mesure et une seule α dans l'intervalle appelée **mesure principale**.

Alors $M\check{O}N = \dots\dots\dots$

Méthode pour déterminer une mesure principale : x étant une mesure d'un angle, tous les nombres de la forme $x+2k\pi$ où k est un entier relatif quelconque, sont des mesures de cet angle.

Parmi ces mesures, il en existe une, la mesure principale, qui appartient à l'intervalle

Déterminer la mesure principale de cet angle revient donc à déterminer l'entier relatif k tel que $\dots\dots < \dots\dots \leq \dots\dots$

II) Angles orientés :

Méthode : pour trouver la mesure principale d'un angle orienté de vecteurs :

1) on représente les deux vecteurs (ou d'autres de **même sens**) à partir d'un

2) on détermine la mesure en radian de l'angle géométrique ainsi formé.

3) suivant le sens de l'angle orienté, direct ou indirect, la mesure est ou

Définition : on dit qu'un **triangle ABC est direct** lorsque le parcours $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ s'effectue dans le sens

III) Propriétés des angles orientés de vecteurs :

1°) Angles de vecteurs et propriétés géométriques :

a) vecteurs colinéaires :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non nuls** du plan orienté.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires et de même sens** si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires et de sens contraires** si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$

b) vecteurs orthogonaux :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non nuls** du plan orienté.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$ ou $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$

Ce que l'on résume par la relation $(\vec{u}; \vec{v}) = \dots\dots\dots$

2°) Relation de Chasles :

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$: $(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; \vec{w}) = \dots\dots\dots [2\pi]$.

3°) Angles associés à l'angle orienté $(\vec{u}; \vec{v})$:

a) Angles opposés : $(\vec{v}; \vec{u}) = \dots\dots\dots$; b) Angles égaux : $(-\vec{u}; -\vec{v}) = \dots\dots\dots$;

c) Angles supplémentaires : $(\vec{u}; -\vec{v}) = \dots\dots\dots$

4°) Propriété :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non nuls** du plan orienté et soit α et β deux réels non nuls.

- si α et β sont de **même signe**, alors $(\alpha\vec{u}; \beta\vec{v}) = \dots\dots\dots [2\pi]$

- si α et β sont de **signes contraires**, alors $(\alpha\vec{u}; \beta\vec{v}) = \dots\dots\dots [2\pi]$

IV) Angles orientés et configurations du plan :

1°) Somme des angles d'un triangle :

ANGLES ORIENTES : CONTRÔLE DES CONNAISSANCES.

Dans tout triangle ABC : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \dots + \dots = \dots [2\pi]$

2°) Alignement :

a) Propriété :

Trois points M, A et B, deux à deux distincts, sont alignés si et seulement si : $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \dots$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

3°) Bissectrice :

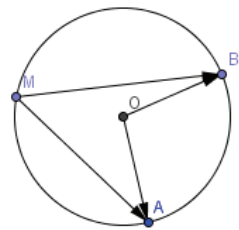
Soit O, A, B, C quatre points du plan distincts deux à deux.
Pour tout point C du plan :

La droite (OC) est la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$ si et seulement si $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = \dots [2\pi]$

4°) Angle inscrit :

Soit A et B deux points distincts du plan.
Pour tout point M, distinct de A et de B, d'un cercle de centre O, passant par A et B

:



V) Rotations

1°) Définition :

Soit Ω un point du plan et α un réel.

Une rotation de centre Ω et d'angle α est la transformation du plan qui à tout point M associe l'unique point M' tel que :

..... et

On note :

Remarque : $r(\Omega) = \dots$; on dit que le point Ω est

2°) Cas particuliers :

a) $\alpha = 0 [2\pi]$: la rotation de centre Ω est

b) $\alpha = \pi [2\pi]$: la rotation de centre Ω est la

c) $\alpha = \frac{\pi}{2} [2\pi]$: la rotation est appelée

d) $\alpha = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$: la rotation est appelée

3°) Rotation réciproque :

Si la rotation de centre Ω et d'angle α associe à un point M le point M' , alors l'application qui à M' associe M est la rotation de centre et d'angle

..... la rotation de centre et d'angle

4°) Propriétés de conservations :

a) Propriété : les rotations conservent :

b) conséquence : les longueurs étant conservées, les le sont également.