TD N °2 : GENERALITES FONCTIONS.

I) Opérations et inégalités (rappels) :

1°) Addition et inégalités **:**
Propriété n°1 : Si on **ajoute** (ou retranche) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, alors on obtient une **inégalité équivalente**. Autrement dit : pour tous nombres a,b et c : si a > b alors a + c > b + c

2°) Multiplication et inégalités :
Propriété n°2 : Pour tous nombres a, b, c, lorsque c est strictement positif : si a > b alors ac > bc ($c \neq 0$).
Si on **multiplie** (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **positif non nul,** alors on obtient une **inégalité de même sens.**

Propriété n°3 : **Pour tous nombres a, b, c, lorsque c est strictement négatif : si $a \leq b$ alors $ac \geq bc$.**
Si on **multiplie** les deux membres d'une inégalité par un même nombre **strictement négatif,** on obtient une **inégalité de sens contraire.**

3°) Somme d'inégalités de même sens . Propriété n°4 : Soit quatre nombres a, b, c et d, si $\begin{cases} a \leq b \\ et \\ c \leq d \end{cases}$ alors $a + c \leq b + d$

Autrement dit : $\boxed{\text{en ajoutant membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une inégalité de même sens}}$.

Exercice n°1 : Résoudre a) $49 + 4x^2 > 0$. b) $-x^2 - (x-1)^2 > 0$. *Pour s'entraîner : exercice n°9 p 472*

II) Domaines de définition :

Exercice n°2 : dans chacun des cas suivants, déterminer le domaine de définition de la fonction f :

1°) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ (connaître les règles de calculs sur les opérations et les inégalités)

2°) $f(x) = \dfrac{2x-1}{(1-3x)(2+x)}$ (résoudre des équations "produits)

3°) a) $f(x) = \dfrac{2}{x^2+4x+4}$ b) $f(x) = \sqrt{9-6x+x^2}$ c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{4+x^2}}{4x^2-1}$. (connaître les identités remarquables).

4°) a) $f(x) = \sqrt{x^2-3x}$ b) $f(x) = \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{4x^2-1}$ (résoudre des inéquations "produits")

5°) QCM (Choisissez la ou les bonnes réponses).

	a	b	c	d
1. $f(x) = \sqrt{4-2x}$, f est définie sur	$[0,+\infty[$	$\mathbb{R}^+$	$]-\infty\ ;\ 2]$	$\mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{2}{3x^2+1}$, g est définie sur	$]0,+\infty[$	$]-\infty, -\dfrac{1}{3}[$	$]-\infty\ ;\ 0[$	$\mathbb{R}$
3. $h(x) = \dfrac{1}{x^2-4}$, h est définie sur	$[0,+\infty[$	$]-2,2[$	$]-\infty\ ;\ 0[$	$[-2,2]$

III) Symétries. (justifier des symétries observées sur des représentations graphiques)

Exercice n°3 : 1°) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$.
Démontrer que la courbe représentative de f admet le point I (-1 ; -2) pour centre de symétrie.
2°) Soit g la fonction sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = \dfrac{-2x^2+4x-1}{(x-1)^2}$.
Démontrer que la droite d'équation x = 1 est un axe de symétrie de la courbe C représentative de g.

IV) Sens de variation d'une fonction (ce qu'il faut savoir le pour déterminer).

Exercice n°4 **: connaître le sens de variations des fonctions usuelles et connaître les règles de calculs sur les inégalités.**

1°) f est la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{3x-6}$. **2°)** $f(x) = \dfrac{-3}{5-2x} + 2$, **3°)** $f(x) = \dfrac{-3}{\sqrt{5-2x}} + 2$.

Dans chacun des cas : a) Déterminer D_f le domaine de définition de f.
b) En utilisant la calculatrice pour obtenir la représentation graphique de f, quelle conjecture peut-on formuler concernant le sens de variation de f ?
c) En utilisant les variations des fonctions de référence, déterminer les variations de f sur D_f.

Exercice n°5 : QCM (choisissez la ou les bonnes réponses)

La fonction : $x \mapsto (4-2x)^2$ est	croissante sur $[2,+\infty[$	décroissante sur $[2,+\infty[$	croissante sur $]-\infty,2]$	décroissante sur $]-\infty,2]$