1ère S 2. Correction du DM n°1.

Exercice n°1 (équations) :

a) (2x-1)(-2x + 37) (3x – 1) = 0 $\Leftrightarrow$ (2x-1)= 0 ou (-2x+ 37) = 0 ou (3x-1) = 0 $\Leftrightarrow$ $x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{37}{2}$ ou $x = \frac{1}{3}$

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation a trois solutions } \frac{1}{2}, \frac{37}{2} \text{ et } \frac{1}{3}.}$

b) $(x+2)(3x-2) = (2-3x)(2x-1) \Leftrightarrow (x+2)(3x-2) - (2-3x)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(3x-2) - [-(3x-2)](2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(3x-2) + (3x-2)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(3x-2) + (3x-2)(2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (3x-2)[(x+2)+(2x-1)] = 0 \Leftrightarrow (3x-2)(3x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{1}{3}$.

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation a deux solutions } \frac{2}{3} \text{ et } -\frac{1}{3}}$

c) $\frac{(x+1)^2}{x-2} = \frac{9}{x-2} \Leftrightarrow \frac{(x+1)^2}{x-2} - \frac{9}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \frac{[(x+1)-3][(x+1)+3]}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 0 \Leftrightarrow ((x+4)(x-2) = 0 \text{ et } x-2 \neq 0)$

$\Leftrightarrow (x = -4 \text{ ou } x = 2 \text{ et } x \neq 2)$

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation a pour solution } -4}$.

Exercice n°2 (inéquations) :

a) $\frac{2-4x}{5} \leq 3 \Leftrightarrow 2 - 4x \leq 15 \Leftrightarrow -4x \leq 13 \Leftrightarrow x \geq -\frac{13}{4}$

Conclusion : $\boxed{\text{l'ensemble des solutions dans } \mathbb{R} \text{ de } \frac{2-4x}{5} \leq 3 \text{ est } \left[-\frac{13}{4}; +\infty\right[.}$

b) $\frac{2x+2}{3} - \frac{x+1}{15} \leq \frac{1+4x}{5} \Leftrightarrow \frac{10x+10}{15} - \frac{x+1}{15} \leq \frac{3+12x}{15}$

$\Leftrightarrow \frac{10x+10-x-1}{15} \leq \frac{3+12x}{15}$

$\Leftrightarrow \frac{9x+9}{15} \leq \frac{3+12x}{15} \Leftrightarrow 9x+9 \leq 3+12x$

$\Leftrightarrow 6 \leq 3x \Leftrightarrow 2 \leq x$

Conclusion : $\boxed{\text{l'ensemble des solutions dans } \mathbb{R} \text{ de } \frac{2x+2}{3} - \frac{x+1}{15} \leq \frac{1+4x}{5} \text{ est } [2, +\infty[.}$

c) $(2 + 3x)^2 - (2x+5)^2 > 0 \Leftrightarrow [(2+3x)-(2x+5)][(2+3x)+(2x+5)] > 0$

$\Leftrightarrow (-3+x)(5x+7) > 0$

	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		3		$+\infty$
x - 3		-	|	-	0	+	
5x + 7		–	0	+	|	+	
Produit		+	0	-	0	+	

Conclusion : $\boxed{S = \left]-\infty; -\frac{7}{5}\right[\cup]3; +\infty[}$

d) $\frac{x-3}{2x-3} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{2x-3} - 1 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x-3}{2x-3} - \frac{2x-3}{2x-3} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x-3-2x+3}{2x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{2x-3} \leq 0$

	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
-x		+	0	-	|	-	
2x -3		–	|	-	0	+	
quotient		-	0	+	||	-	

Conclusion : $\boxed{S =]-\infty; 0] \cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[}$

Exercice n°3 : h est la fonction définie sur ℝ* par $h(x) = \frac{1}{x}$ et i la fonction définie sur ℝ par i(x) = 3x + 2

1°) 2°) Voir graphique

3°) a) Pour tout réel x non nul,

d'une part : $h(x) - i(x) = \frac{1}{x} - (3x+2) = \frac{1}{x} - \frac{(3x+2)x}{x} = \frac{1-3x^2-2x}{x}$

d'autre part : $\frac{(1-3x)(x+1)}{x} = \frac{x-3x^2+1-3x}{x} = \frac{-3x^2+1-2x}{x}$.

Conclusion : on a bien $h(x) - i(x) = \frac{(1-3x)(x+1)}{x}$ sur ℝ*.

b) Etudions le signe de h(x) -i(x) sur ℝ*, à l'aide d'un tableau de signes :

	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
1 -3x		+		+		+	0	-	
x+1		-	0	+		+		+	
x		-		-	0	+		+	
quotient		+	0	-	‖	+	0	-	

Conclusion :

h(x) -i(x) > 0 sur $]-\infty ; -1[\cup]0 ; \frac{1}{3}[$;

h(x) -i(x) < 0 sur $]-1 ; 0[\cup]\frac{1}{3} ; +\infty[$;

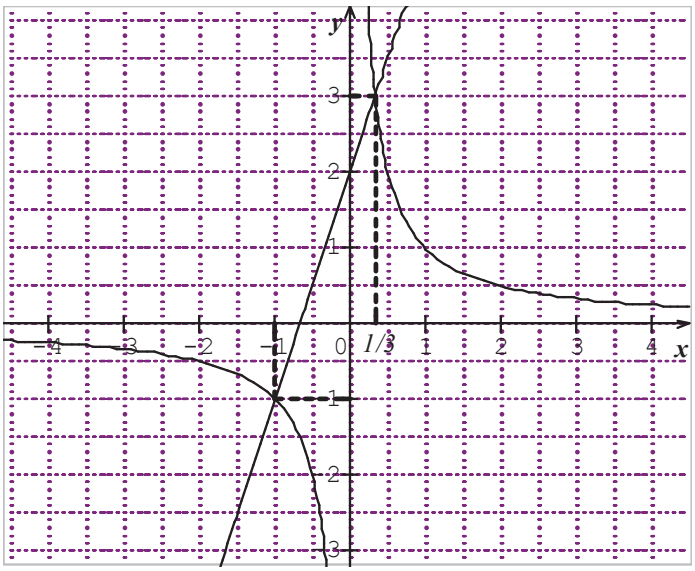
h(x) -i(x) = pour x = -1 ou x = $\frac{1}{3}$.

c) On en déduit que

C_h est au dessus de C_i sur $]-\infty ; -1[\cup]0 ; \frac{1}{3}[$

C_h est au dessous de C_i sur $]-1 ; 0[\cup]\frac{1}{3} ; +\infty[$

C_h et C_i ont deux points d'intersections d'abscisses respectives -1 et $\frac{1}{3}$.



Exercice n°4 :

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+4} = \frac{2x-1}{(x-2)^2}$:

f est définie si et seulement si $(x-2)^2 \neq 0$, c'est à dire si et seulement si $x \neq 2$

Conclusion : $D_f = ℝ \setminus \{2\}$

b) $f(x) = \sqrt{5+2x^2}$.

f est définie si et seulement si , $5 + x^2 \geq 0$

On sait que pour tout réel x, $x^2 \geq 0$ donc $2x^2 \geq 0$ (on a multiplié par 2).

Donc pour tout réel x , $2x^2 + 5 \geq 5 > 0$

Conclusion : f est définie sur ℝ.

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

f est définie si et seulement si $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \text{et} \\ \sqrt{x+1} \neq 0 \end{cases}$, c'est à dire si et seulement si $\begin{cases} x \geq -1 \\ \text{et} \\ x \neq -1 \end{cases}$

Conclusion : $D_f =]-1 ; +\infty[$