

Exercice n°11°) $G = \text{bar}\{(A,1), (B,4)\}$.

Propriété 1 :

Si G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) alors $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$.Si de plus les points A et B sont distincts alors G appartient à la droite (AB) .

donc $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{5} \overrightarrow{AB}$.

2°) $G = \text{bar}\{(A,1), (B,4)\}$ donc pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MG}$

On en déduit que : $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MG}\| \Leftrightarrow \|5\overrightarrow{MG}\| = \|5\overrightarrow{MC}\|$

Or $\|5\overrightarrow{MG}\| = 5\|\overrightarrow{MG}\|$ et $\|5\overrightarrow{MC}\| = 5\|\overrightarrow{MC}\|$ donc $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow 5\|\overrightarrow{MG}\| = 5\|\overrightarrow{MC}\|$.

On divise par 5 donc $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow \|\overrightarrow{MG}\| = \|\overrightarrow{MC}\|$

Or $\|\overrightarrow{MG}\| = MG$ et $\|\overrightarrow{MC}\| = MC$ donc $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow MG = MC$

Conclusion : l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MC}\|$ est la médiatrice de $[GC]$.3°) a) $G = \text{bar}\{(A,1), (B,4)\}$ et $H = \text{bar}\{(A,1), (B,4), (C,5)\}$ donc d'après la propriété d'associativité du barycentre $H = \text{bar}\{(G,5), (C,5)\}$, autrement dit H est le milieu du segment $[GC]$.b) $H = \text{bar}\{(A,1), (B,4), (C,5)\}$ donc pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} = 10\overrightarrow{MH}$.On en déduit que : $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = 40 \Leftrightarrow \|10\overrightarrow{MH}\| = 40 \Leftrightarrow HM = 4$. Conclusion : l'ensemble des points M du plan telsque $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = 40$ est le cercle de centre H et de rayon 4.**Exercice n°2**1°) $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BA}$: placement de J immédiat.

Placement de K : $2\overrightarrow{KB} = 5\overrightarrow{KC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{KB} = 5\overrightarrow{KB} + 5\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{BK} = 5\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{5}{3}\overrightarrow{BC}$.

2°) Par lecture graphique, $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IC}$ et donc $3\overrightarrow{AI} + 5\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Conclusion : I est barycentre de $(A,3), (C,5)$.

$2\overrightarrow{KB} = 5\overrightarrow{KC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{KB} - 5\overrightarrow{KC} = \vec{0}$ donc K est barycentre de $(B,2), (C,-5)$.

$\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BJ} + 3\overrightarrow{JA} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} = \vec{0}$ donc J est barycentre de $(A,3), (B,-2)$.

3°) Soit G le barycentre du système $\{(A,3), (B,-2), (C,5)\}$ G existe bien car $3 - 2 + 5 = 6 \neq 0$.D'après le 2°), I est barycentre de $(A,3), (C,5)$

donc d'après la propriété d'associativité du barycentre :

$G = \text{bar}\{(I,8), (B,-2)\}$.

On en déduit que $G \in (BI)$ (cf propriété 1 exercice 1)D'après le 2°), K est barycentre de $(B,2), (C,-5)$

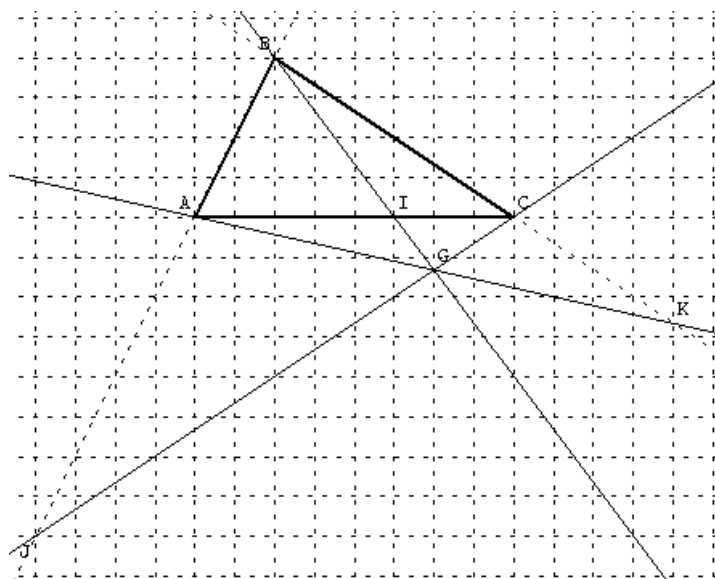
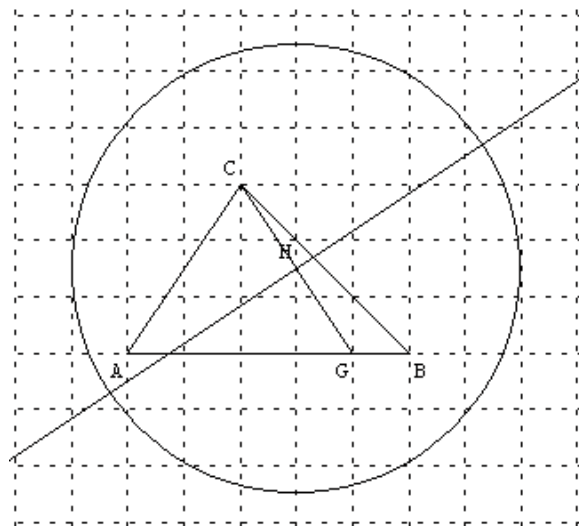
donc d'après la propriété d'homogénéité du barycentre

 K est barycentre de $(B,-2), (C,5)$

donc $G = \text{bar}\{(A,3), (K,3)\}$.

On en déduit que $G \in (AK)$.D'après le 2°), J est barycentre de $(A,3), (B,-2)$

donc $G = \text{bar}\{(J,1), (C,5)\}$.

On en déduit que $G \in (CJ)$.Finalement, $G \in (BI)$, $G \in (AK)$ et $G \in (CJ)$.Conclusion : G est le point de concours des trois droites (AK) , (BI) et (CJ) .

Exercice n°3 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = x^2 + x$.

1°) $f(x)$ est un trinôme du second degré. De plus le coefficient de x^2 est positif donc la représentation graphique de f est parabole dont les branches sont tournées vers le haut.

La forme canonique est $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ donc le sommet S de la parabole a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ et l'axe de symétrie de la parabole est la droite d'équation $x = -0,5$.

Tableau de valeurs pour la représentation graphique :

x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	6	2	0	0	2	6

Voir graphique ci dessous (unités : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées) .

2°) Soit $t(h)$ le taux de variation de f entre -2 et $-2+h$ où h est un réel non nul :

$$t(h) = \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \frac{(-2+h)^2 + (-2+h) - 2}{h}$$

$$t(h) = \frac{4 - 4h + h^2 - 2 + h - 2}{h} = \frac{-3h + h^2}{h} = -3 + h$$

$$\text{On en déduit que } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} [-3 + h] = -3.$$

Conclusion : f est dérivable en -2 et $f'(-2) = -3$

3°) T est la tangente T à la courbe C en son point A d'abscisse -2 .

A est un premier point de T .

D'après le 2°), le coefficient directeur de T est -3 donc :

- on se place en A , on se décale de une unité (2 cm) vers la droite et de 3 unités (3cm) vers le bas : on obtient un deuxième point B .
- on se place en A , on se décale de une unité (2 cm) vers la gauche et de 3 unités (3cm) vers le haut : on obtient un troisième point C .

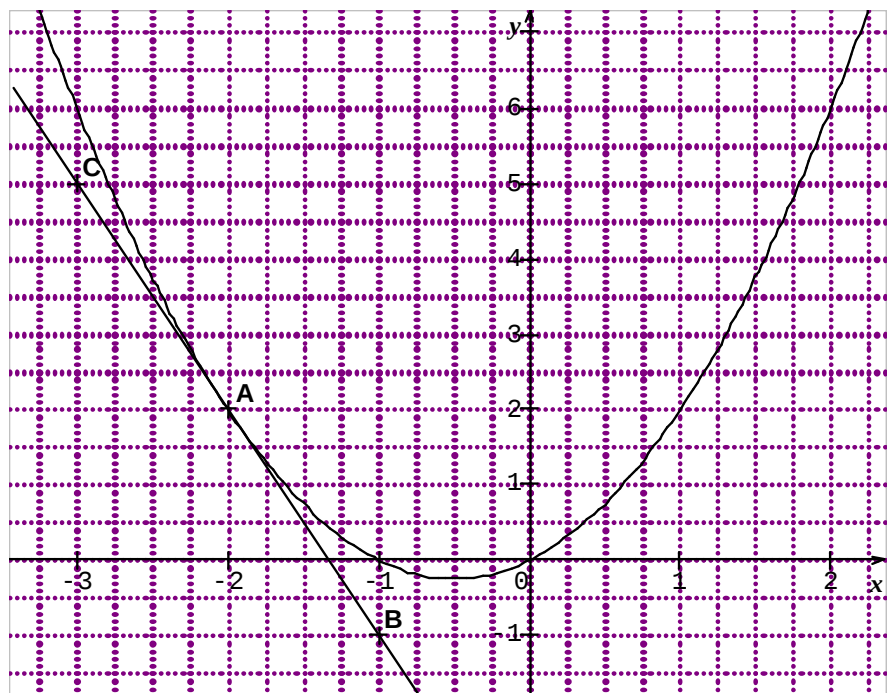
4°) On sait que l'équation réduite de la tangente

T est la droite d'équation

$$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$$

$$\text{Soit } y = -3(x+2) + 2.$$

C'est à dire $y = -3x - 4$



Exercice n°4 :

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = -2x + 5$.

Soit h un réel non nul.

$$\text{Soit } t(h) \text{ le taux de variation de } f \text{ entre } 2 \text{ et } 2+h : t(h) = \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{-2(2+h) + 5 - 1}{h} = \frac{-2h}{h} = -2.$$

$$\text{On en déduit que } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} [-2] = -2.$$

Conclusion : f est dérivable en 2 et $f'(2) = -2$