Exercice n°1 :

1) $f(x) = x^2 + 6x - 8 = (x + 3)^2 - 9 - 8$.Conclusion : $\boxed{\text{la forme canonique de } f(x) \text{ est } (x + 3)^2 - 17}$.

2) $f(x)=(x+3-\sqrt{17})(x+3+\sqrt{17})$.

3) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3-\sqrt{17})(x+3+\sqrt{17}) = 0$.

Conclusion : $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3+\sqrt{17} \text{ ou } x = -3-\sqrt{17}}$

Exercice n°2 :

1) $f(x)=3x^2+15x+18 = 3(x^2+5x+6) = 3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{24}{4}\right] = 3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]$.

2) $f(x) = 3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]$ donc $f(x) = 3\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)-\frac{1}{2}\right]\left[\left(x+\frac{5}{2}\right)+\frac{1}{2}\right]$. Conclusion : $\boxed{f(x) = 3(x+2)(x+3)}$

3) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)=0$ ou $x+3=0$. C'est à dire : $\boxed{f(x) = 0 \Leftrightarrow x=-2 \text{ ou } x=-3}$.

Exercice n°3 :

1) $f(x)=-x^2-2x+8 = -(x^2+2x-8) = -\left[(x+1)^2-1-8\right] = -\left[(x+1)^2-9\right]$

2) $f(x) = -\left[(x+1)^2-9\right] = -\left[(x+1)-3\right]\left[(x+1)+3\right] = -(x-2)(x+4)$

3) a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+4) = 0$

Conclusion : $\boxed{f(x) = 0 \text{ pour } x= 2 \text{ ou } x = -4}$.

b) $f(x) > 0 \Leftrightarrow -(x-2)(x+4) > 0$

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
-1		-	|	-		-	
x - 2		–	|	–	0	+	
x + 4		–	0	+	|	+	
f(x)		-	0	+	0	-	

Conclusion : $\boxed{f(x) > 0 \text{ a pour ensemble de solutions }]-4 ; 2[}$.

4) a) $f(x) = -\left[(x+1)^2-9\right] = -(x+1)^2+9 = g(x+1) + 9$ où g est la fonction $x \mapsto -x^2$.

Donc C_f se déduit de C_g par une translation de vecteur $-\vec{i} + 9\vec{j}$.

Cg est une parabole de sommet O(0,0) donc C_f est une **parabole** de sommet (-1 ; 9).

Ses branches sont tournées **vers le bas** car le coefficient de x^2 est négatif.

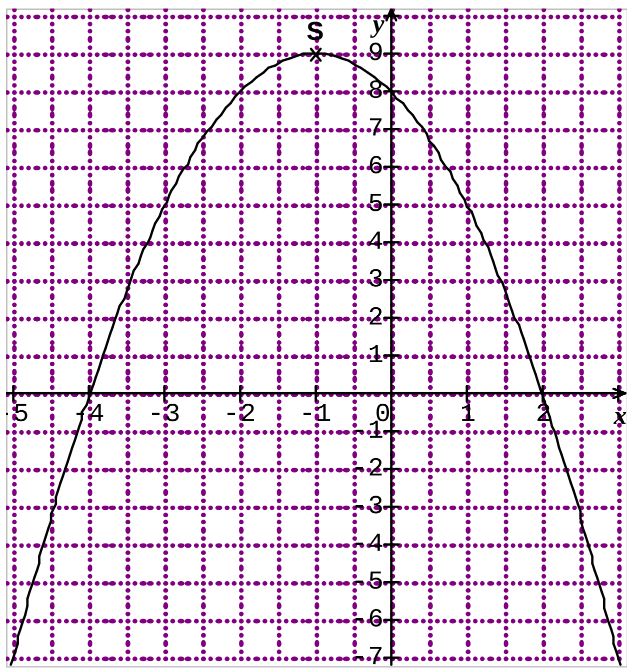
L'axe de symétrie est la droite d'équation x = -1.

b) Tableau de variation :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
		↗	9	↘	

c) courbe

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-7	0	5	8	9	8	5	0	-7



5) a) les solutions de f(x) = 0 sont les abscisses des points de la courbe C_f situés sur l'axe des abscisses .

D'après le graphique f(x) = 0 pour x = -4 ou x = 2

b) Les solutions de f(x) > 0 sont les abscisses des points de C_f situés au dessus de l'axe des abscisses .

D'après la lecture graphique f(x) > 0 pour x appartenant à]-4 , 2[.

Les résultats obtenus sont bien cohérents avec les résultats obtenus dans le 3°).

Exercice n°4 : $f(x)=2x^2-3x+2$

1°) On met le coefficient de x^2 en facteur : $f(x)=2\left(x^2-\frac{3}{2}x+1\right)$

$f(x)=2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}+1\right]$ donc $f(x)=2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}+\frac{16}{16}\right]$. Conclusion : $\boxed{f(x)=2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\right]}$

2°) On ne peut pas factoriser f(x).

3°) a) $2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\right]=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2=-\frac{7}{16}$

Cette égalité $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=-\frac{7}{16}$ est impossible dans $\mathbb{R}$ car un carré est toujours positif.

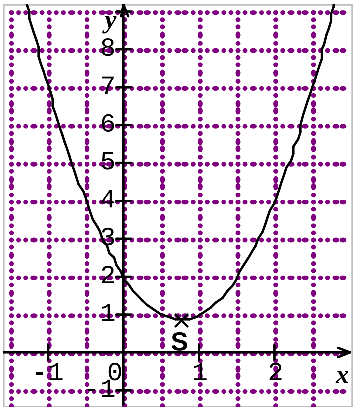
Conclusion : $\boxed{\text{l'équation } f(x) = 0 \text{ n'a pas de solution dans } \mathbb{R}}$.

b) $f(x)>0 \Leftrightarrow 2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\right]>0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}>0$.

Pour tout réel x , $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 \geq 0$.

Donc pour tout réel x $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\geq\frac{7}{16}>0$.

Conclusion : $\boxed{f(x)>0 \text{ a pour ensemble de solution } \mathbb{R}}$.



4°) a) $f(x)=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$

f(x) = $h\left(x-\frac{3}{4}\right)+\frac{7}{8}$ où h est la fonction $x \mapsto 2x^2$.

Donc C_f se déduit de C_g par une translation de vecteur $\frac{3}{4}\vec{i}+\frac{7}{8}\vec{j}$.

Or la représentation graphique de g est une parabole de sommet O(0,0) donc la représentation de f est une **parabole** de sommet $\left(\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right)$.

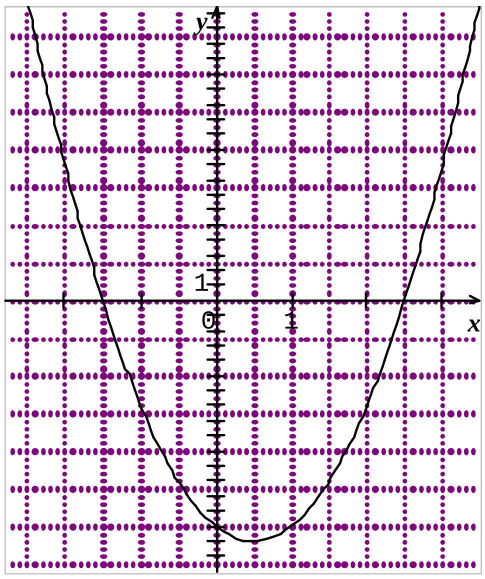
Ses branches sont tournées **vers le haut** car le coefficient de x^2 est positif.
L'axe de symétrie est la droite d'équation x = -1.

b) Tableau de variation :

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
f(x)	↘	$\frac{7}{8}$	↗

c) courbe : ne pas oublier de placer le sommet $\left(\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right)$

x	-1	-0,5	0	0,5	$\frac{3}{4}$		1	1,5	2	2,5
f(x)	7	4	2	1	$\frac{7}{8}$		1	2	4	7



5°) a) f(x) = 0 n'a pas de solution car la courbe e st au dessus de l 'axe des abscisses.

b) f(x) > 0 a pour ensemble de solutions $\mathbb{R}$ car la courbe est au dessus de l 'axe des abscisses.
Les résultats obtenus sont cohérents avec ceux obtenus dans le 3°).

Exercice n°5 :

L'équation de la parabole est y = $a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-16$ où a est à trouver.

$A\left(-\frac{3}{2};0\right)\in P$ donc $0=a\left(-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)^2-16$

C'est à dire $0=4a-16$
D'où a = 4.

Conclusion : $\boxed{\text{l'équation de la parabole est } y = 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-16}$.