TPMSM **Lundi 21 janvier 2008** **Evaluation n°4**

Calculatrice autorisée.

Exercice n°1 : (11 points)

Soit f la fonction définie sur]1 ; + ∞[par $f(x)=\frac{x^2-7x+10}{1-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2cm en abscisses et 1 cm en ordonnée).

1°) a) Déterminer la limite de f (x) en + ∞.
b) Déterminer la limite de f (x) quand x tend vers 1^+. Que peut-on en déduire pour la courbe C ?

2°) Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout réel x de]1, +∞ [, on ait : $f(x)=ax+b+\frac{c}{1-x}$

3°) a) Montrer que la droite D d'équation y = 6-x est asymptote à la courbe C.
b) Etudier la position de la courbe par rapport à l'asymptote oblique sur]1,+ ∞ [.

4°) a)) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que : $f'(x)=\frac{-x^2+2x+3}{(1-x)^2}$

b) Etudier le signe de f'(x) et dresser le tableau de variation de f sur]1 ; + ∞[.

5°) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 2.

6°) Construire la courbe (C), les deux asymptotes et T.

Exercice n°2 : Soit la fonction f définie sur]-∞+∞[par $f(x)=3\cos(x)+9x^2-2x$

1°) Expliquer pourquoi cette fonction admet des primitives sur l'intervalle] -∞,+∞[.

2°) Déterminer la **primitive** F de f sur]- ∞,+∞[de la fonction suivante telle que F(0) = 2.

Exercice n°3 : Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\left(6x^2-4\right)\left(x^3-2x-2\right)^2$ **.**

1°) Déterminer une fonction u et un réel k tels que f(x) s'écrive sous la forme : $f(x)=k\times u'(x)\times[u(x)]^2$

2°) Déterminer la **primitive** F de f qui vérifie F(1) = 0.

Exercice n°4 : Soit la fonction définie sur I =]-1 ; + ∞[par : f(x) = $\frac{3x^3-6x^2-21x}{(x+1)^2}$

1°) Vérifier que pour tout x élément de]-1 ; + ∞[: $f(x)=3x-12+\frac{12}{(x+1)^2}$.

2°) En déduire les primitives de f sur l'intervalle I.

TPMSM **Lundi 21 janvier 2008** **Evaluation n°4**

Calculatrice autorisée.

Exercice n°1 : (11 points)

Soit f la fonction définie sur]1 ; + ∞[par $f(x)=\frac{x^2-7x+10}{1-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2cm en abscisses et 1 cm en ordonnée).

1°) a) Déterminer la limite de f (x) en + ∞.
b) Déterminer la limite de f (x) quand x tend vers 1^+. Que peut-on en déduire pour la courbe C ?

2°) Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout réel x de]1, +∞ [, on ait : $f(x)=ax+b+\frac{c}{1-x}$

3°) a) Montrer que la droite D d'équation y = 6-x est asymptote à la courbe C.
b) Etudier la position de la courbe par rapport à l'asymptote oblique sur]1,+ ∞ [.

4°) a)) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que : $f'(x)=\frac{-x^2+2x+3}{(1-x)^2}$

b) Etudier le signe de f'(x) et dresser le tableau de variation de f sur]1 ; + ∞[.

5°) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 2.

6°) Construire la courbe (C), les deux asymptotes et T.

Exercice n°2 : Soit la fonction f définie sur]-∞+∞[par $f(x)=3\cos(x)+9x^2-2x$

1°) Expliquer pourquoi cette fonction admet des primitives sur l'intervalle] -∞,+∞[.

2°) Déterminer la **primitive** F de f sur]- ∞,+∞[de la fonction suivante telle que F(0) = 2.

Exercice n°3 : Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\left(6x^2-4\right)\left(x^3-2x-2\right)^2$ **.**

1°) Déterminer une fonction u et un réel k tels que f(x) s'écrive sous la forme : $f(x)=k\times u'(x)\times[u(x)]^2$

2°) Déterminer la **primitive** F de f qui vérifie F(1) = 0.

Exercice n°4 : Soit la fonction définie sur I =]-1 ; + ∞[par : f(x) = $\frac{3x^3-6x^2-21x}{(x+1)^2}$

1°) Vérifier que pour tout x élément de]-1 ; + ∞[: $f(x)=3x-12+\frac{12}{(x+1)^2}$.

2°) En déduire les primitives de f sur l'intervalle I.