

**BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE SÉRIE STI GÉNIE MECANIQUE OPTION C. Juin 2006.****Exercice n°1 (5 points, 1h) :**

- Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes, l'équation  $(z - 4)(z^2 + 4z + 16) = 0$ . **(1 pt)**
- Soient les nombres complexes suivants :  $z_1 = 4$ ,  $z_2 = -2 - 2i\sqrt{3}$ ,  $z_3 = -2 + 2i\sqrt{3}$ ,  $z_4 = 8e^{i\frac{\pi}{3}}$ ,  $z_5 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ 
  - Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes  $z_1, z_2, z_3$ . **(1,75 pt)**
  - Donner les formes algébriques de  $z_4$  et de  $z_5$ . **(0,5 pt)**
- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 1cm.  
Soient les points A, B, C, D et E d'affixes respectives  $z_1, z_2, z_3, z_4$  et  $z_5$ .
  - Placer les points A, B, C, D et E dans le repère indiqué. **(0,75 pt)**
  - Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse. **(1 pt)**

**Exercice n°2 (5 points, 1h) :**

On considère l'équation différentielle (E) suivante :  $\pi^2 y'' + 9y = 0$  où  $y$  est une fonction numérique de la variable réelle  $x$  et  $y''$  sa dérivée seconde.

- Soit  $g$  la fonction numérique définie pour tout nombre réel  $x$  par :  $g(x) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ .  
Vérifier que la fonction  $g$  est une solution de l'équation différentielle (E). **(1 pt)**
- Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle (E). **(0,75 pt)**
  - Déterminer la solution particulière  $f$  de l'équation différentielle (E) qui vérifie :  $f(0) = 1$  et  $f'(0) = \frac{\pi}{3}$ . **(1,75 pt)**
  - Montrer que, pour tout nombre réel  $x$ ,  $f(x)$  peut s'écrire sous la forme :  $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{4}\right)$ . **(0,5 pt)**
  - Résoudre dans l'intervalle  $[0 ; 3]$  l'équation  $f(x) = 1$ . **(1 pt)**

**Problème (10 points, 2 heures)****Partie A**

- Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels l'équation  $2X^2 - 5X + 2 = 0$ . **(0,5 pt)**
- En déduire les solutions, sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ , de l'équation  $2(\ln x)^2 - 5(\ln x) + 2 = 0$ . **(0,75 pt)**  
On pourra poser  $X = \ln x$ .

**Partie B**

Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = 2(\ln x)^2 - 5(\ln x) + 2$ .

Soit C la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan muni du repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm.

- Limites aux bornes
  - Etudier la limite de  $f$  en 0. Quelle conséquence graphique peut-on en tirer ? **(0,75 pt)**
  - Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$  (on pourra factoriser par  $\ln x$ ). **(0,75 pt)**
- Variations
  - On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .  
Vérifier que, pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{4 \ln x - 5}{x}$ . **(1 pt)**
  - Etudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ . **(1 pt)**
  - En déduire le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ . On pourra remarquer que la fonction  $f$  s'annule en  $\sqrt{e}$  et en  $e^2$ . **(1 pt)**
- Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse  $\sqrt{e}$ . **(0,5 pt)**
- Tracer la courbe C et la tangente T dans le repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . **(1,5 pt)**
- Calcul d'une aire
  - Hachurer le domaine A du plan situé en dessous de l'axe (Ox) et compris entre la courbe C et l'axe (Ox). **(0,25 pt)**
  - Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par  $F(x) = x(2(\ln x)^2 - 9(\ln x) + 11)$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ . **(1 pt)**
  - Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire du domaine A. En donner l'arrondi à  $10^{-2}$ . **(1 pt)**