

I) Définition de la fonction logarithme népérien

Exercice n°1 : à la découverte d'une nouvelle fonction de référence.

1) Parmi les touches de la calculatrice, repérer la touche $\ln$; elle correspond à la fonction « logarithme népérien », notée $\ln$. Vérifier, par exemple, que $\ln(12) \approx 2,485$.

2) a) Recopier le tableau suivant et compléter les cases pour lesquelles c'est possible (résultats arrondis à 10^{-3} près).

x	-20	-5	-2,4	-1,2	-0,4	0	0,1	0,5	0,9	0,99	1	1,1	2	5	12	104	10^6
$\ln(x)$																	

3) Tracer, sur l'écran de la calculatrice, la courbe représentative C, d'équation $y = \ln(x)$, de la fonction $\ln$.

Préciser l'ensemble de définition de la fonction $\ln$.

4) Compléter les limites suggérées par la représentation graphique.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = \dots\dots\dots$$

Exercice n°2 : le dessin ci-contre donne la représentation graphique C de la fonction $\ln$.

A_1 est le point de C d'abscisse 0,5. A_2 est le point de C d'abscisse 1.

A_3 est le point de C d'abscisse 2. A_4 est le point de C d'abscisse 4.

1) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$, $g(x) = \frac{1}{x}$.

a) Compléter le tableau :

x	0,5	1	2	4
$g(x)$				

b) Tracer sur la figure ci-contre les droites :

♦ T_1 passant par le point A_1 de C d'abscisse 0,5 et de coefficient directeur $g(0,5)$. Que peut-t-on dire de T_1 ?

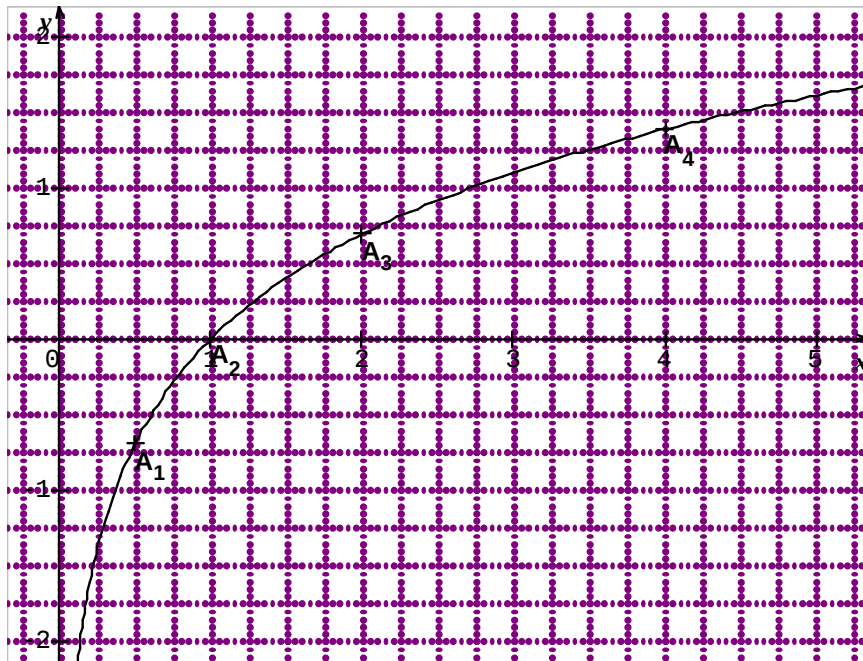
♦ T_2 passant par le point A_2 de C d'abscisse 1 et de coefficient directeur $g(1)$. Que peut-t-on dire de T_2 ?

♦ T_3 passant par le point A_3 de C d'abscisse 2 et de coefficient directeur $g(2)$. Que peut-t-on dire de T_3 ?

♦ T_4 passant par le point A_4 de C d'abscisse 4 et de coefficient directeur $g(4)$. Que peut-t-on dire de T_4 ?

Quelle conjecture peut-on faire sur la dérivée de la fonction $\ln$.

2) Déterminer les équations des droites T_1 , T_2 , T_3 et T_4 .



II) Propriétés algébriques.

1) Une fonction qui transforme un produit en somme :

Exercice n°3 : a) Reproduire le tableau et le compléter à l'aide d'une calculatrice (valeurs arrondies à 0,01 près).

a	b	$\ln(ab)$	$\ln a + \ln b$
2	3		
3	5		
1,2	5,4		
13	2		
1	2		

Proposer une relation entre $\ln(ab)$ et $\ln a$ et $\ln b$: $\ln(ab) = \dots\dots\dots$

2) Conséquences.

Exercice n°4 : Soient a et b deux réels positifs.

a) Compléter : $\ln\left(a \times \frac{1}{a}\right) = \ln(\dots) = \dots\dots\dots$ et $\ln\left(a \times \frac{1}{a}\right) = \ln(\dots) + \ln(\dots)$ donc $\ln(\dots) + \ln(\dots) = \dots\dots\dots$ Conclusion : $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = \dots\dots\dots$

b) Recopier et compléter : $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a \times \dots) = \ln(\dots) + \ln(\dots)$. Or $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \dots\dots\dots$ Conclusion : $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots\dots$

c) Compléter : $\ln(a^2) = \ln(\dots \times \dots) = \dots\dots\dots$ $\ln(a^3) = \ln(a^2 \times \dots) = \dots\dots\dots$

Que peut-on conjecturer pour $\ln(a^n)$ où n est un entier naturel ? $\ln(a^n) = \dots\dots\dots$