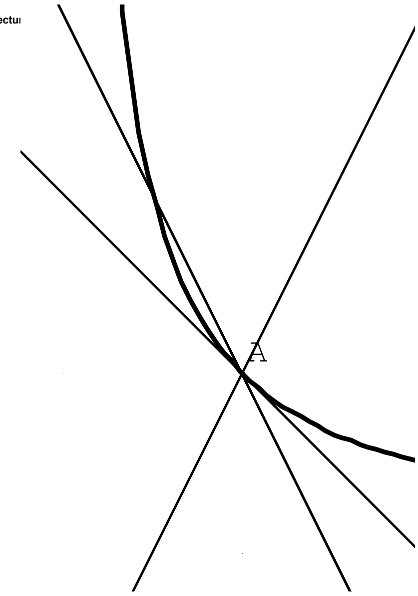
CHAPITRE N°8 : DERIVATION. LECTURES GRAPHIQUES. REVISIONS.

I) Notion de tangente à une courbe

1°) Définition.

On admettra que :

la tangente à une courbe C en un point A appartenant à cette courbe est la droite qui approche le mieux la courbe pour des points proches de A.

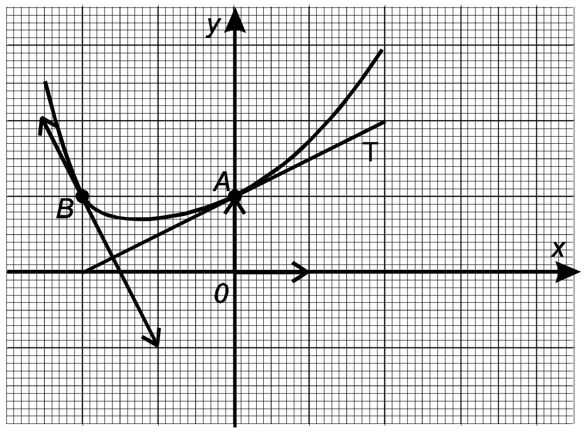


Exercice n°1 : Sur la figure ci contre, parmi les droites représentées, la droite qui est

tangente à la courbe C au point A est la droite : …………………………...

2°) *Savoir déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente.*

Exercice n°2 :
Sur la figure contre, la droite T_A est la tangente à la courbe C en A.



Le coefficient directeur de T_A est : …………….…….

L'ordonnée à l'origine de T_A est : ……………………..

L'équation réduite de T_A est : ………..……………..

Le coefficient directeur de T_B est : …………………….

II) Nombre dérivé, équation d'une tangente

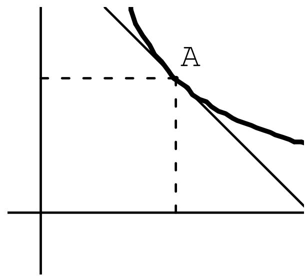
1°) Définition :

Soit C la courbe représentative d'une fonction dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ et A le point de C d'abscisse a.
Si la courbe C admet en A une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées, alors

le coefficient directeur de cette tangente est appelé ………………………………………

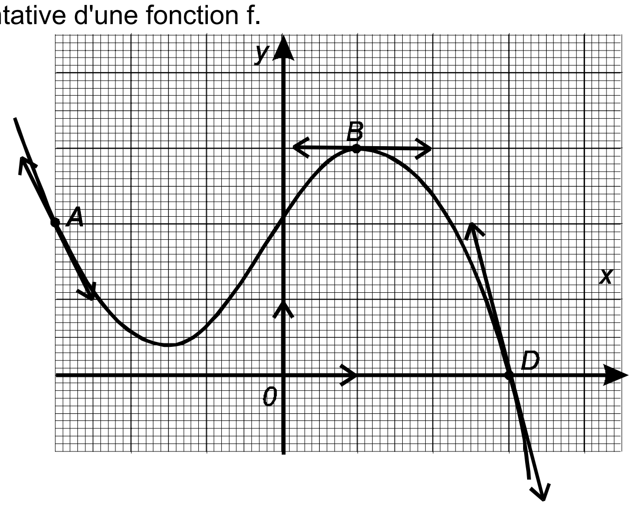
………………………………………Ce nombre est noté …………….. lire « f prime de a ».

L'équation réduite de la tangente est : ……………………………………………………….



2°) *Savoir déterminer graphiquement des nombres dérivés et déterminer l'équation d'une tangente* :

Exercice n°3 : Sur la figure ci-dessous, C est la courbe représentative d'une fonction f.
Sachant que les droites tracées sont tangentes à C,
déterminer par lecture graphique



f '(-3) =............ f '(1) = ... f '(3) = ...

Une équation de la tangente en D à la courbe C est :

…………………………………………………………….

……………………………………………………………

……………………………………………………………

Une équation de la tangente en B à la courbe C est :

…………………………………………………………

Une équation de la tangente en A à la courbe C est : ……………………………………………………………………

C'est à dire …………………………………………………Soit ……………………………………………………………

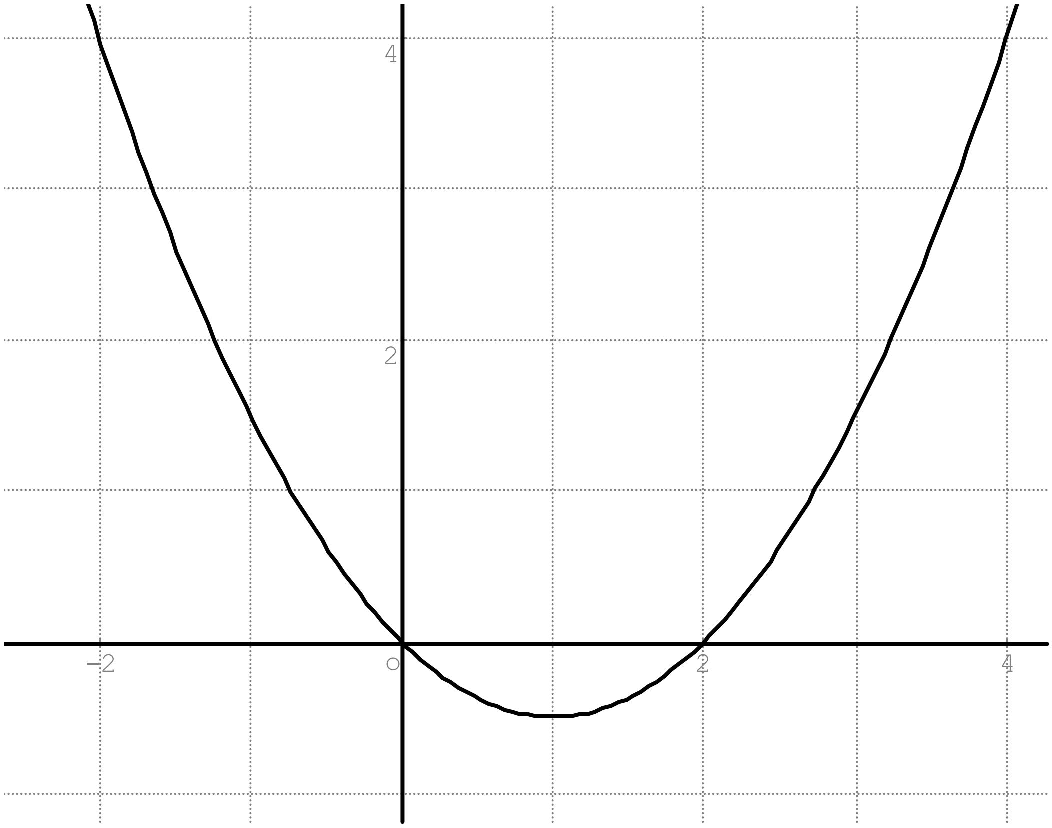
3°) *Savoir construire une tangente connaissant le nombre dérivé*

Exercice n°4 : le plan est muni d'un repère orthogonal. La courbe ci contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur ℝ.

a) Compléter le tableau de valeurs à l'aide de la figure.

x	-1	0	2
f(x)			

b) On suppose que f est définie sur ℝ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois constantes réelles.
Déduire du a) des équations dont a, b et c sont solutions.
Calculer a, b et c..



c) $f(x) = \frac{x^2}{2} - x$. f '(x) =....................................... Soit f '(x) =…………...……....

♦Le coefficient directeur de la tangente T_1 à la courbe au point A d'abscisse –1 est : …………………………………..
Tracé de la tangente : voir graphique.
Une équation de la tangente T_1 à la courbe au point A d'abscisse –1 est : ……………………………;………………..

C'est à dire : …………………………………………………… Soit
……………………………………………………………….

♦ Le coefficient directeur de la tangente T_2 à la courbe au point B d'abscisse 0 est : ……………………….…………..
Tracé de la tangente : voir graphique.
Une équation de la tangente T_2 à la courbe au point B d'abscisse 0 est : ……………………………;………………..

C'est à dire : ……………………………………………………

d) Construire les tangentes T_3 , T_4 et T_5 à la courbe C aux points d'abscisses respectives 1, 2 et 3.

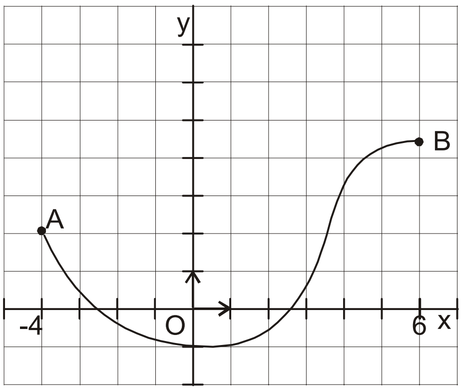
f '(1) = ...f '(2) =.............................. f '(3) =...

III) Fonction dérivable

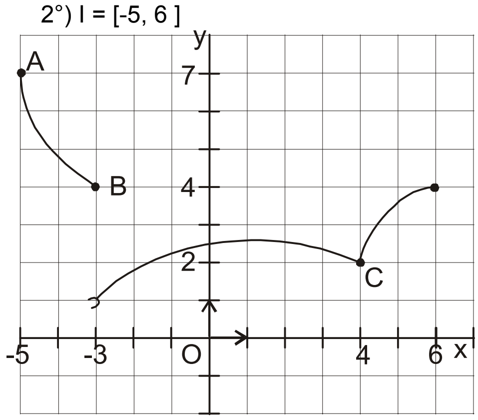
Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Si, pour tout nombre réel x de I, le nombre dérivé f '(x) existe, on dit que f est dérivable sur I.

Exercice n°5 **:** Dans chacun des cas suivants la fonction f est-elle dérivable sur I ?

1°) I = [-4 ; 6]



2°) I = [-5, 6]



Réponse : 1°) f ………………..………………………………….. 2°) f …………………………………………………………………

IV) Fonction dérivée

Définition : Soit f une fonction dérivable sur I.
La fonction définie sur I qui, à toute valeur x de I, fait correspondre le nombre dérivé en x, est appelé fonction dérivée de f, ou plus simplement dérivée de f, et notée f '.

V) Fonction dérivable et monotone sur un intervalle

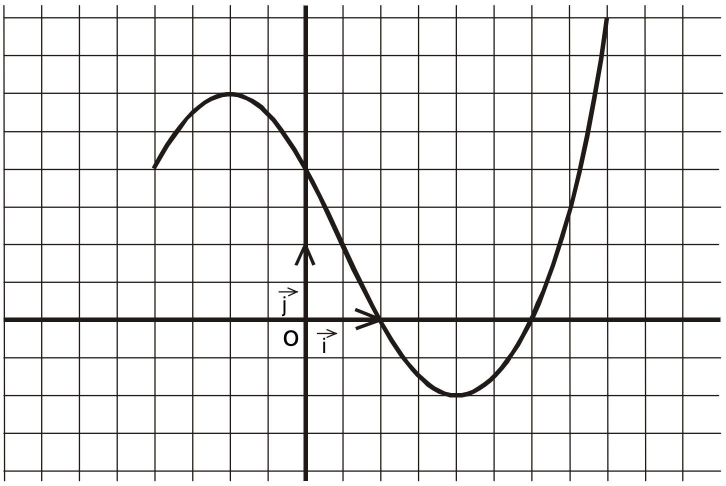
1°) Théorème 1 : Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle I

Si f est croissante sur I, alors f' est …………………. sur I. Si f est décroissante sur I, alors f' est ……….………… sur I.

2°) Théorème 2 : **Si f est dérivable sur un intervalle I et si f admet un extremum en une valeur x_0 de I, distinct des extrémités de I, alors $f'(x_0)$ =…………..**

3°) Application : lecture du signe de la dérivée f' d'une fonction f à partir de la représentation graphique de f.

Exercice n°6 **:**



C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie sur [-2,4].
Utiliser ce graphique pour résoudre

a) f'(x) = 0 a ....

b) f'(x) > 0 ....

....

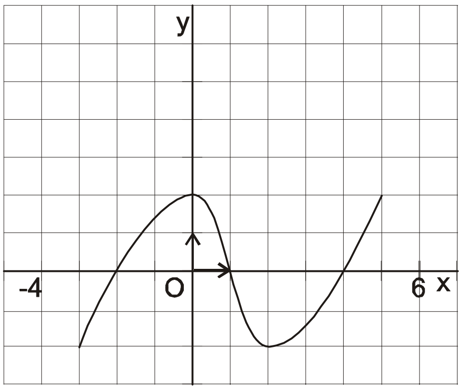
c) f(x) = 0 a ……...............................…………………………

d) f(x) > 0 ....

e) Tableau de variation :

Valeurs de x	
Signe de f'(x)	
Variations de f	

4°) Résoudre graphiquement des inéquations du type f'(x) >0 et f(x) > 0 (**bien faire la distinction entre les deux**).
Exercice n°7 **:** Pour la fonction représentée ci-dessous, résoudre : f(x) = 0 ; f'(x) = 0 ; f(x) < 0 ; f'(x) > 0.



f(x) = 0 ....

f'(x) = 0 ....

f(x) <0 ....

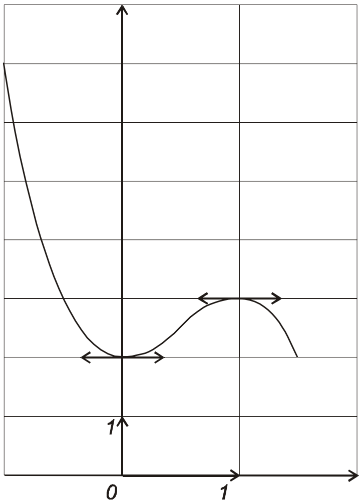
....

f'(x) < 0 ....

……………………………………………………………………………………..

Pour s'entraîner TP 1 p 141, 22 p 146, 73 p 152

5°) Déterminer le signe de la dérivée f' d'une fonction f à partir de la représentation graphique de f puis en déduire la courbe représentative de la fonction f' parmi plusieurs proposées.



Exercice n°8. Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.
La courbe ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-1 ; 1,5].

1°) Tableau de variation de f sur [-1 ; 1,5] :

Valeurs de x	
Signe de f'(x)	
Variations de f	

2/ Sachant que l'un des graphiques ci-dessous représente la courbe de la fonction f', déterminer lequel en justifiant la réponse.
Pour s'entraîner exercice n° 75 p 152.

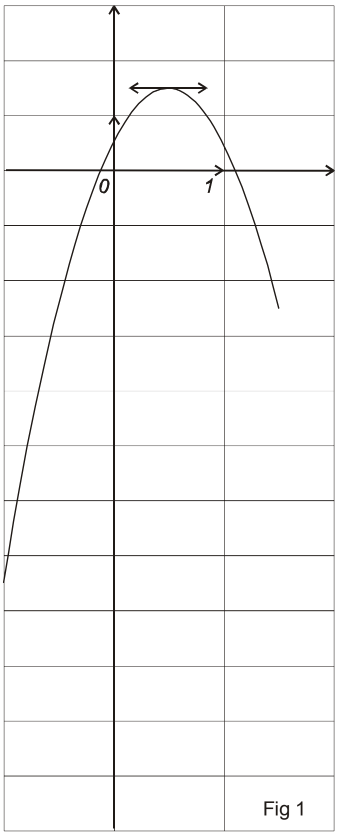


Fig 1

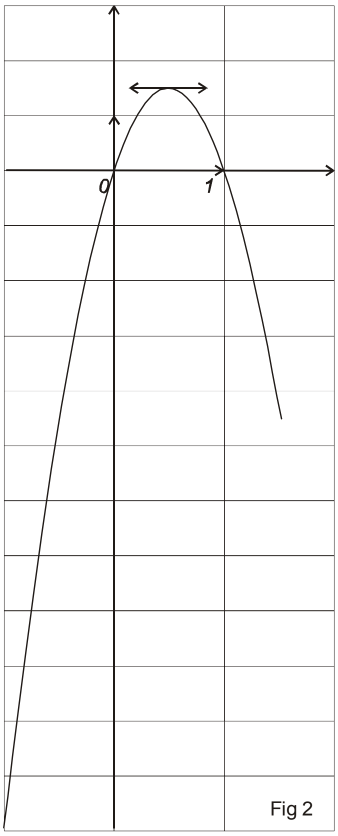


Fig 2

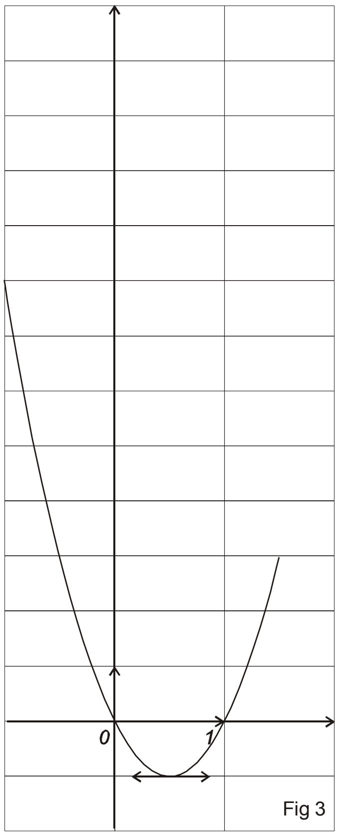


Fig 3