CHAPITRE ….. : SUITES GEOMETRIQUES.

I) Définition :

1°) Exemple : soit la suite définie par : $u_0 = 2$; $u_1 = 6$; $u_2 = 18$; $u_3 = 54$; … chaque terme s'obtient en multipliant par 3 le terme précédent

2°) Définition :

Une suite géométrique est une suite numérique dont chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par une constante b (b≠0) appelée *raison*.
Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison b alors pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = bu_n$

3°) Applications :

Exercice n°1 **:** On considère la suite géométrique de raison b = 0,65 et de premier terme 2000. Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n .
Calculer le deuxième terme et le troisième terme.

Exercice n°2 **:** Une entreprise lance un nouveau produit sur le marché. La première semaine elle en vend 500 kg et constate que les ventes augmentent de chaque semaine de 10%. On note u_n le nombre de kg vendus la nième semaine.
a) Préciser la valeur de u_1 puis calculer u_2 et u_3
b) En déduire l'écriture de u_{n+1} en fonction de u_n.
c) Quelle est la nature de la suite ?

4°) Savoir reconnaître si une suite est géométrique :

Méthode : calculez $\frac{u_1}{u_0}$ et $\frac{u_2}{u_1}$ et comparez ces nombres

- S'ils sont différents, la suite ne peut être géométrique
- S'ils sont égaux à q, essayez de montrer que le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ne dépend pas de n (et est égal à q)

Exercice n°3 : les suites (u_n) suivantes sont-elles géométriques ?
a) $u_n = 3^n$
b) pour tout n de ℕ: $u_{n+1} - u_n = 1{,}5\, u_n$ et $u_0 = 1$
c) pour tout n de ℕ: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 5$ et $u_0 = 2$

II) Terme général d'une suite géométrique:

1°) Propriété 1 :
Pour une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison b : $u_n = u_0\, b^n$ pour tout n de ℕ
Pour une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison b : $u_n = u_1\, b^{n-1}$ pour tout n de ℕ*.

On peut retenir : $\boxed{u_n = (\text{premier terme}) \times (\text{raison})^{\text{nombre de termes avant } u_n}}$

$u_1 = u_0\, b$
$u_2 = u_1\, b = u_0\, b^2$
$u_3 = u_2\, b = u_0\, b^3$
⋮
$u_n = u_{n-1}\, b = u_0\, b^n$

2°) ***Exercice n°4*** *:* a) Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 16$ et de raison $q = \frac{1}{2}$. Calculer le 32ème terme.

b) Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et de raison b. $u_1 = \frac{1}{3}$. Calculer b, u_5, le 11ème terme.

III) Somme des n premières puissances d'un nombre réel b (b non nul)

1°) Exemple : calculer S = 1 + 3 + 9 + 27 +……+ 729

2°) Propriété 2 : **Si n est un nombre entier naturel et si b est un nombre réel différent de 1 : la somme $1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1-b^{n+1}}{1-b}$**

Exercice n°5 *:* calculer S = 1 + 5 + 25 + 125 +…..+ 15625 + 78125

3°) Somme des n premiers termes d'une suite géométr ique:

Propriété 3 : Si (u_n) est une suite géométrique dont la raison est différente de 1, alors la somme de ses premiers termes est :
$$\frac{\text{premier terme} \times (1 - \text{raison}^{\text{nbre de termes}})}{1 - \text{raison}}$$

Exercice n°6 *:* Déterminer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique définie par les données suivantes :

Premier terme : $u_0 = 2$; raison $b = \frac{1}{2}$, n = 10

Exercice n°7 : on considère la suite v_n telle que $v_{n+1} = 1{,}1 v_n$ avec $v_1 = 100$. Calculer la somme des dix premiers termes.

Exercice n°8 **:** Un propriétaire loue un appartement à partir du 1er janvier 2006, pour 9 ans et pour un montant annuel de 6000€ en 2006, à condition que le locataire accepte une augmentation annuelle de 2%. On note u_n le loyer payé en 2006 + n.
Calculer le montant total des loyers versés pendant neuf années, arrondi à l'unité.