

TD n°..... : LANGAGE DES ÉVÉNEMENTS

I) Quelques notions sur les ensembles

Ω est un ensemble donné, A et B sont deux parties de Ω .

1) Intersection

Définition n°1 :

L'**intersection** de deux ensembles est l'ensemble des éléments communs aux deux ensembles.

$x \in A \cap B$ est équivalent à $x \in A$ et $x \in B$

2) Réunion

Définition n°2 :

La **réunion** de deux ensembles est l'ensemble des éléments appartenant au moins à l'un des deux ensembles.

$x \in A \cup B$ est équivalent à $x \in A$ ou $x \in B$

3) Complémentaire

Définition 3 :

A étant une partie de Ω , le **complémentaire** de A dans Ω est l'ensemble des éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A. On le note $\bar{A}$.

4) Cardinal

Définition 4

A étant un ensemble fini, le nombre d'éléments de A est appelé **cardinal** de A et noté $\text{card}(A)$.

5) Application

Exercice n°1 :

Soit Ω l'ensemble dont les éléments sont les six entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6. On le note $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

a) Déterminer les trois sous-ensembles de Ω suivants :

P l'ensemble des nombres pairs de Ω

I l'ensemble des nombres impairs de Ω

Q l'ensemble des éléments de Ω inférieurs ou égaux à 4. Déterminer aussi $\text{card}(P)$, $\text{card}(I)$ et $\text{card}(Q)$

b) Déterminer $P \cap Q$, $I \cap Q$, $\Omega \cap P$

c) Déterminer $P \cup I$, $I \cup Q$

d) Déterminer : $\bar{P}$ et $\bar{Q}$.

e) Déterminer tous les sous ensembles de Ω dont le cardinal est au moins 5.

II) Langage des événements

1) Vocabulaire

a) Définition 5 :

une **expérience aléatoire** est une expérience pour laquelle les résultats dépendent du hasard. L'ensemble des résultats possibles est appelé **univers**.

On le note en général : Ω .

Exemple : on lance un dé cubique et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

b) Définition 6 : le résultat d'une expérience aléatoire est appelé : **éventualité**.

c) Définition 7 : Un **événement** est une partie de l'univers. Il peut être constitué de plusieurs éventualités.

Exemple : Pour l'expérience du lancer d'un dé cubique l'événement A : "le résultat est pair" comprend trois éventualités. On note $A = \{2, 4, 6\}$.

d) Définition 8 : Un **événement élémentaire** est un événement qui ne comprend qu'une éventualité.

Exemple : Soit B l'événement "obtenir un résultat multiple de 5" au cours du lancer d'un dé cubique : $B = \{5\}$

e) Définition 9 : Un événement qui ne contient aucune éventualité est l'**événement impossible**. Un événement qui contient toutes les éventualités est l'**événement certain**.

Exemples : l'événement C : "obtenir un résultat supérieur à 7" au cours du lancer d'un dé est un événement impossible.

On note $C = \emptyset$.

Par contre l'événement D : "obtenir un résultat inférieur à 7" est l'événement certain

f) Définition 10 : On dit que deux événements A et B sont **incompatibles** quand ils ne peuvent pas se produire en même temps :

$A \cap B = \{ \}$

g) Définition 11 : L'événement **contraire** de A, noté $\bar{A}$, est l'ensemble des éventualités de Ω qui n'appartiennent pas à A :

TD n°..... : LANGAGE DES ÉVÉNEMENTS

$$A \cap \bar{A} = \{ \} \text{ et } A \cup \bar{A} = \Omega$$

remarque :

Deux événements contraires sont incompatibles.

Deux événements incompatibles ne sont pas nécessairement contraires.

2°) Exercice n°2

Les dix cartons représentés ci-dessous sont mélangés dans un sac.

On tire au hasard un des cartons et on note le nombre figurant sur le carton.

259	487	828	241	129	695	249	209	852	479
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

a) Quel est l'univers des possibles Ω de cette expérience aléatoire ?

b) Écrire la liste des éventualités de chacun des événements suivants :

A : "le nombre commence par 2" ;

B : "le nombre finit par 9" ;

C : "le nombre contient un 3" ;

D : "le nombre contient un 2" ;

E : "le nombre finit par 2" ;

F : "le nombre ne contient pas de 2" ;

G : "le nombre est compris entre 100 et 900" ;

H : "le nombre est compris entre 700 et 900" .

Quel est le nombre d'éventualités de l'événement A ? de l'événement B ? de l'événement C ?

c) Parmi les événements ci-dessus, citer :

un événement élémentaire

l'événement impossible

l'événement certain

un événement à trois éventualités

deux événements contraires

deux événements incompatibles mais pas contraires.

d) Écrire la liste des éléments de $\bar{B}$. Définir cet événement par une phrase.

e) Définir par une phrase, puis écrire la liste des éventualités de chacun des événements suivants :

$B \cap D$; $B \cup D$; $\bar{B} \cap D$; $B \cup \bar{D}$.

f) Écrire en fonction des événements du 2., en utilisant les symboles $\cap$ et $\cup$:

I : " le nombre commence par 2 et finit par 9" ; J : " le nombre commence par 2 ou finit par 9" ;

K : " le nombre ne commence pas par 2 et ne finit pas par 9" ; L : " le nombre ne commence pas par 2 ou ne finit pas par 9" ;

Les événements I et K sont-ils contraires ? sont-ils incompatibles ?

Répondre aux mêmes questions pour les événements I et L, puis J et K, puis J et L.

3°) Exercice n°3 : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

On considère les événements suivants :

A : « La carte tirée est un roi ».

B : « La carte tirée est un carreau ».

Définir par une phrase en français les événements $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A \cap B$; $A \cup B$.

Les événements A et B sont-ils incompatibles ?

Exercice n°4 :

On utilise, dans un jeu de cartes, les 7, les 8, les 9 et les 10 des quatre couleurs (les deux couleurs noires, trèfle (T) et pique (P), et les deux couleurs rouges, carreau (K) et cœur (C)). Une carte est notée par sa valeur et sa couleur. On prend une carte au hasard.

Ecrire l'univers Ω .

Ecrire sous forme d'ensemble les événements suivants :

A : « la carte tirée a une valeur inférieure ou égale à 9 »

B : « la carte tirée est rouge ».

Ecrire sous forme d'ensemble et avec une phrase les événements suivants : $\bar{A}$, $A \cap B$; $A \cup B$.