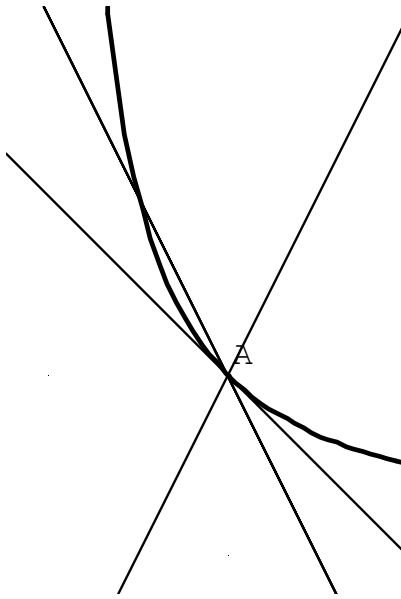


# CHAPITRE N°.....TANGENTE ET NOMBRE DERIVE

-----

## I) Notion de tangente à une courbe



On admettra que :

la tangente à une courbe C en un point A appartenant à cette courbe est la droite qui approche le mieux la courbe pour des points proches de A.

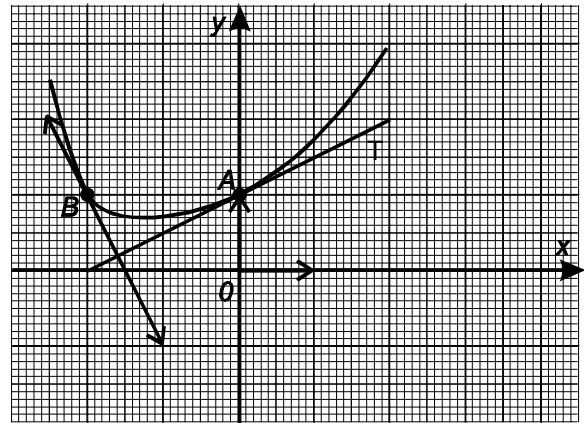
**Exercice n°1 :** Sur la figure ci contre, choisir la droite qui est tangente à la courbe au point A.

**Exercice n°2 :**

Savoir déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente.

Sur la figure contre, la droite T est la tangente à la courbe C en A. Déterminer son coefficient directeur puis son équation réduite.

Faire de même pour la tangente à la courbe C en B.



## II) Nombre dérivé, équation d'une tangente

1°) Définition :

Soit C la courbe représentative d'une fonction dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et A le point de C d'abscisse a.

**Si la courbe C admet en A une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées, alors le coefficient directeur de cette tangente est appelé le nombre dérivé de la fonction f en a.**

Ce nombre est noté  $f'(a)$  ; lire « f prime de a ».

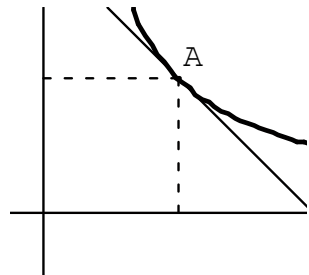
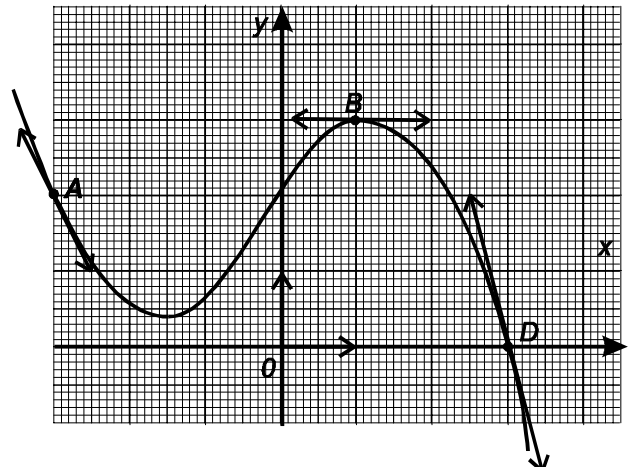
2°) Applications directes :

**Exercice n°3 : a) Savoir déterminer graphiquement des nombres dérivés**

Sur la figure ci-contre, C est la courbe représentative d'une fonction f.

Sachant que les droites tracées sont tangentes à C, déterminer par lecture graphique les nombres dérivés  $f'(-3)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(3)$ .

b) **Savoir déterminer l'équation d'une tangente :** déterminer une équation de la tangente en D à la courbe C puis une équation de la tangente en A.



# CHAPITRE N°.....TANGENTE ET NOMBRE DERIVE

## Exercice n°4 : Savoir construire une tangente connaissant le nombre dérivé

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^2}{2} - x$ . On note  $C$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

Le tableau suivant donne les nombres dérivés de  $f$  pour certaines valeurs de la variable.

| a       | -1 | 0  | 1 | 2 | 3 |
|---------|----|----|---|---|---|
| $f'(a)$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |

a) Vérifier que la courbe représentative ci-contre est bien la courbe de

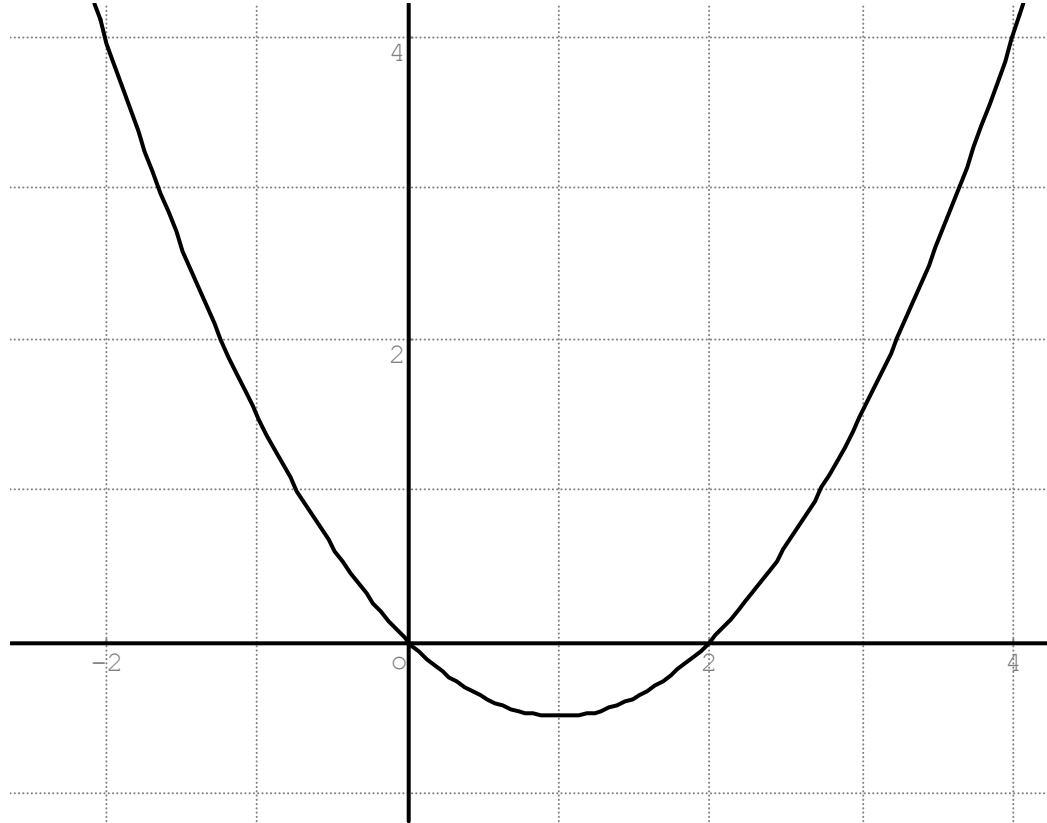
$$f(x) = \frac{x^2}{2} - x.$$

b) Construire les tangentes  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  et  $T_5$  à la courbe  $C$  aux points d'abscisses respectives -1, 0, 1, 2 et 3.

c) Déterminer l'équation réduite des tangentes  $T_1$  et  $T_4$ .

d) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

e) Quel lien existe-t-il entre le signe de  $f'(x)$  et le sens de variation de  $f$  ?



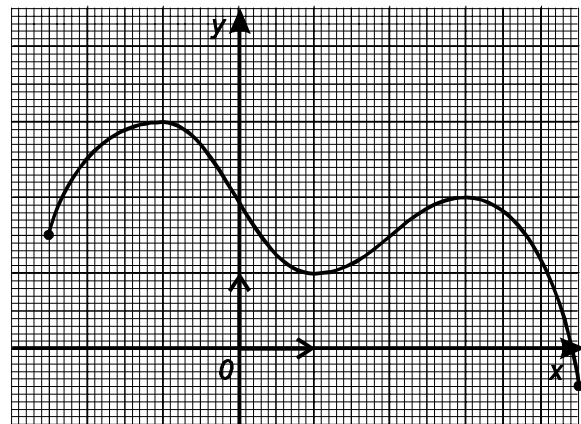
3°) Interprétation du signe de la dérivée :

L'inclinaison d'une tangente par le coefficient directeur (égal au nombre dérivé) est étroitement liée au sens de variation de la fonction :  $f'(a) > 0$  indiquant une croissance ;  $f'(a) < 0$  indiquant une décroissance.

## Exercice n°5 :

Déterminer le signe de  $f'(a)$  pour  $a = -2$  ;  $a = -\frac{1}{2}$  ;

$a = \frac{1}{2}$  et  $a = 4$  pour la fonction  $f$  définie par la courbe représentée ci-contre.



## Exercice n°6 :

En utilisant le tableau de variation ci-contre, déterminer le signe de  $f'(-4)$ ,  $f'(0)$ ,  $f'(5)$

| x | -5 | -3 | 2 | 7  |
|---|----|----|---|----|
| f | 3  | -1 | 4 | -3 |

### III) Approximation affine

1°) Activité d'approche :

**Exercice n°7 :** Etude autour du point de tangence : calcul d'erreur.

Soit les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[-4,2]$  par :  $f(x) = 2x + 7$  et  $g(x) = -x^2 - 2x + 3$ .

a) Construire, dans le même repère (prendre 2cm pour unité sur les 2 axes), la droite  $D$  représentant la fonction  $f$  et la courbe  $C$  représentant la fonction  $g$ .

b) Que pouvez vous dire de la droite  $D$  ? En déduire  $g'(-2)$ .

c) Recopier et compléter le tableau suivant :

| x      | -3 | -2,5 | -2,1 | -2,01 | -2 | -1,99 | -1,9 | -1,5 | -1 |
|--------|----|------|------|-------|----|-------|------|------|----|
| g(x)   |    |      |      |       |    |       |      |      |    |
| 2x + 7 |    |      |      |       |    |       |      |      |    |
| Erreur |    |      |      |       |    |       |      |      |    |

Complétez la dernière ligne du tableau.

Donner un intervalle sur lequel l'erreur commise en remplaçant  $g(x)$  par  $2x + 7$  semble être inférieure à 0,1.

d) On sait que  $g'(1) = -4$ . Tracer la tangente  $T$  à  $C$  au point  $B$  d'abscisse 1 et en donner une équation.

2°) Approximation affine :

Soit  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$  et  $(T)$  la tangente en un point  $A$  d'abscisse  $a$  à la courbe  $C$ . La droite  $T$  admet pour équation  $y = mx + p$ .

Définition : **la fonction  $g$  définie par  $g(x) = mx + p$  est une approximation affine de  $f$  au voisinage de  $a$**

3°) Application directe :

**Exercice n°8 :**

La fonction  $f$  est déterminée sur  $[-3,2]$  par la représentation graphique ci-contre.

$T$  est la tangente à  $C$  au point  $A (-1,-1)$ .

a) Déterminer l'équation de la tangente à  $C$  au point  $A$ .

b) En déduire  $f'(-1)$ .

c) Déterminer une approximation affine de  $f$  en -1

d) En déduire une valeur approchée de  $f(-1,02)$  et  $f(-0,95)$ .

