

BACCALAURÉAT BLANC TECHNOLOGIQUE
SÉRIE STG
29 mars 2007
Epreuve de mathématiques
Durée : 3 heures .
CFEGGSI

Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices est autorisé.

EXERCICE N°1 (5 points) :

Le marché de l'immobilier fait apparaître que les prix des biens, en général, ont augmenté de 44% en deux ans. (Pour la période du 1/1/2004 au 1/1/2006).

1. Déterminer le taux d'évolution moyen annuel du prix des biens immobiliers pour la période du 1/1/2004 au 1/1/2006.

2. M. Tau achète un appartement de 84 m² au prix P de 260 400 €, le 1/1/2004.

a) Deux années plus tard, M. Tau, décide de mettre en vente cet appartement. Quel est le prix de vente théorique Q d'après le marché ?

b) M. Tau est parvenu à vendre son appartement, le 1/1/2006, au prix effectif R de 380 184 €. Quel taux d'évolution M.Tau a-t-il appliqué au prix d'achat P ?

3. Entre le 1/1/2006 et le 1/1/2007 les prix des biens ont chuté de 10%, et on désigne par t le taux d'évolution entre le 1/1/2007 et le 1/1/2008.

De plus, le prix de vente de cet appartement est estimé au 1/1/2008 à 290 840 €, selon certains spécialiste du marché.

Quel sera alors dans ce cas le taux t ? (les calculs seront réalisés en utilisant le prix effectif de vente au 1/1/2006 et on arrondira le taux à 10⁻² près).

4. On suppose que M.Tau au lieu d'acheter l'appartement le 1/1/2004, décide de placer sur un livret d'épargne ses 260 400 €, le 1/1/2004, à intérêts composés au taux annuel de 1,6%.

On note : $u_0 = 260\,400$ et u_n le capital le 1^{er} janvier de l'année 2004+n.

a) Calculer u_1 .

b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite.

c) Exprimer u_n en fonction de n.

d) Au bout de combien d'années le capital de M.Tau aura -t-il dépassé 290 840 € ?

5. Que peut-on conclure des questions 3 et 4 ?

EXERCICE N°2 (6 points) :

Une entreprise fabrique des articles de luxe. Une étude a montré que le coût total de la production noté $C(q)$, exprimé en euros, varie en fonction du nombre q d'articles fabriqués, suivant la relation :

$$C(q) = 0,002q^3 - 90q \ln(0,01q) + 100q \text{ avec } q \geq 1.$$

Partie A. Le coût moyen unitaire $C_M(q)$ de la production q est défini par $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$.

Dans cette partie, les coûts seront éventuellement arrondis à l'euro le plus proche.

1. Calculer le coût total de production de 100 articles, puis le coût moyen d'une telle production.
2. Calculer $C(130)$ et $C(131)$; quel est le coût de production du 131^e article ?
3. On appelle coût marginal pour une quantité q le coût de production du $(q+1)$ ième article. On note $C_m(q)$ ce coût marginal. On a donc $C_m(q) = C(q+1) - C(q)$.

Calculer le coût marginal pour 150 articles.

Partie B. On modélise le coût moyen par la fonction f définie sur l'intervalle $[30 ; 200]$ par

$$f(x) = 0,002x^2 - 90 \ln(0,01x) + 100 ; \text{ on note } f' \text{ la dérivée de la fonction } f.$$

1. Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = \frac{0,004(x-150)(x+150)}{x}$.
- 2.a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[30 ; 200]$, en déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[30 ; 200]$.
b. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[30 ; 200]$ dans lequel on reportera les valeurs approchées de $f(30)$, $f(150)$ et $f(200)$ à 10^{-2} près.
3. En déduire la valeur de q pour laquelle le coût moyen est minimal.
Donner la valeur décimale arrondie à l'euro le plus proche de coût moyen et comparer avec le coût marginal pour 150 articles trouvé dans la partie A.

EXERCICE N°3 : (6 points)

Un assembleur en micro-informatique utilise pour le montage des ordinateurs qu'il vend :

- un processeur P_1 de haut de gamme ;
- un processeur P_2 de gamme moyenne ;
- une carte graphique G performante.

Il doit pouvoir disposer, au début du mois de décembre, de 50 processeurs P_1 , 80 processeurs P_2 et 90 cartes graphiques G .

Il commande son matériel début novembre, afin d'être livré pour le début du mois de décembre et s'adresse pour cela à un fournisseur qui propose à ses clients des lots :

- le lot L_1 composé de 5 processeurs P_1 , 5 processeurs P_2 et 5 cartes graphiques G ;
- le lot L_2 composé de 2 processeurs P_1 , 4 processeurs P_2 et 6 cartes graphiques G .

Pour bénéficier d'une remise, l'assembleur doit commander au moins 3 lots L_1 et 3 lots L_2 .

Après cette remise, le fournisseur facture à l'assembleur : 590 euros un processeur P_1 , 320 euros un processeur P_2 et 90 euros une carte graphique G .

On note x le nombre de lots L_1 et y le nombre de lots L_2 que doit commander l'assembleur début novembre, afin de satisfaire la demande pour début décembre.

1. Expliquer pourquoi les contraintes auxquelles doivent satisfaire x et y afin que l'assembleur obtienne les produits dont il a besoin, tout en profitant de la remise du fournisseur, se traduisent par le système d'inéquations (S) suivant :

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq 3 \\ y \geq -\frac{5}{2}x + 25 \\ y \geq -\frac{5}{4}x + 20 \\ y \geq -\frac{5}{6}x + 15 \end{cases}$$

2. On considère le plan rapporté à un repère orthonormal sur la feuille jointe en annexe que l'on complètera.

Déterminer la région du plan formée des points $M(x ; y)$ dont les coordonnées vérifient le système (S).

On rayera la partie du plan formée des points dont les coordonnées **ne vérifient pas le système** (S) et on expliquera la démarche suivie pour les trois premières contraintes du système (S).

3. a. À combien revient la commande d'un lot L_1 ?

Même question pour un lot L_2 .

b. Montrer que la dépense D en euros, occasionnée à l'assembleur pour l'achat de x lots L_1 et de y lots L_2 s'exprime en fonction de x et y sous la forme : $D = 5\,000x + 3\,000y$.

c. Montrer que l'ensemble des couples $(x ; y)$ correspondant à une dépense donnée D sont les coordonnées de points situés sur une droite Δ_D dont on donnera l'équation réduite (sous la forme $y = mx + p$).

d. Tracer la droite Δ_D pour $D = 90\,000$.

4. a. Expliquer comment, à l'aide du graphique, on peut déterminer le couple $(x_0 ; y_0)$ correspondant à une dépense D minimale.

b. En déduire, à l'aide du graphique, le nombre x_0 de lots L_1 et le nombre y_0 de lots L_2 que doit commander l'assembleur afin de satisfaire la demande de début décembre.

Quelle est alors la dépense engagée ?

EXERCICE N°4 : uniquement pour les élèves de TCFEGSI et TMEGR (3points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte.

Une bonne réponse rapporte 1 point.

Une mauvaise réponse enlève 0,5 point.

L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-12, 20]$

Valeurs de x	-12	-5	7	20			
Signe de f'(x)	-	0	+	0	-		
Variations de f	7		-4		-1		-6

1. L'équation $f(x) = 2$ possède :

a) une unique solution b) aucune solution c) on ne peut pas répondre.

2. On cherche à comparer $f(0)$ et $f(8)$:

a) $f(0) < f(8)$ b) $f(0) > f(8)$ c) on ne peut pas répondre

3. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 20 est :

a) $y = 20x - 6$ b) $y = -x - 6$ c) $y = -x + 14$