

CHAPITRE N°.... : EXPOSANTS RÉELS

I) Exposants entiers

Rappels :

a étant un nombre quelconque et n un entier naturel autre que 0 et 1, la puissance n-ième de a est le produit de n facteurs

identiques à a : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$ facteurs

$a^1 = a$; $a^0 = 1$

Si a est différent de 0, a^{-n} est l'inverse de a^n . Soit $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exercice n°1 (calculatrice interdite):

a) Ecrire sous forme de puissance : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = \dots\dots\dots (-0,1) \times (-0,1) \times (-0,1) = \dots\dots\dots$

b) Ecrire sous forme fractionnaire ou décimale $6^{-2} = \dots\dots\dots 9^0 = \dots\dots\dots 0,3^1 = \dots\dots\dots$

II) Notion d'exposants non entiers

1°) Définition :

on admettra que, pour tout réel a **strictement positif**, la notation a^n définie pour des entiers relatifs n peut s'étendre à tout réel x. On note a^x .

Pour déterminer a^x , on utilisera sur une calculatrice graphique la touche puissance, c'est à dire la touche $\boxed{\wedge}$

2°) Application.

Exercice n°2 : donner, à l'aide d'une calculatrice, la valeur arrondie au centième près de chacun des nombres suivants :

$1,6^3 \approx \dots\dots$ $1,6^{-3} \approx \dots\dots$ $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \approx \dots\dots$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \approx \dots\dots$ $(1,2)^{\frac{1}{2}} \approx \dots\dots$
 $2^{0,6} \approx \dots\dots$ $1,4^{-3,2} \approx \dots\dots\dots$ $0,2^{\sqrt{5}} \approx \dots\dots\dots$ $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{5}{11}} \approx \dots\dots\dots$

Pour s'entraîner exercices n°3 page 279 et 41 p 288.

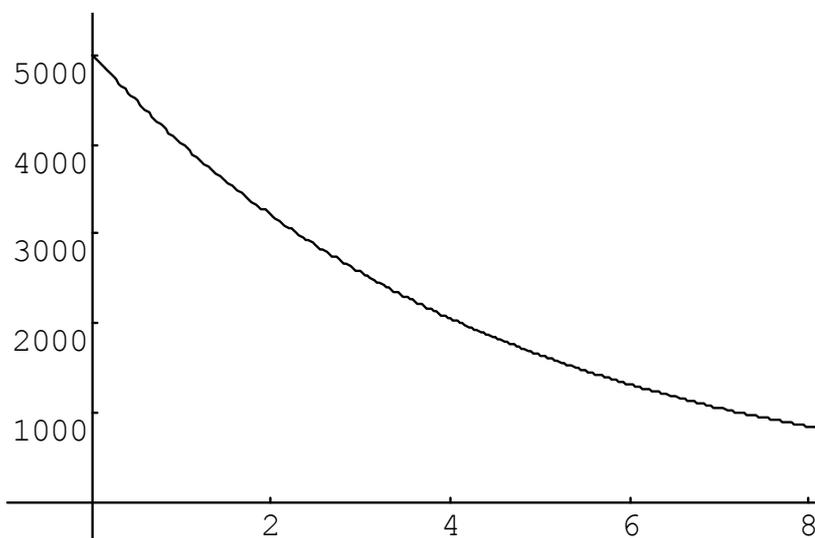
3°) Exemple de modélisation :

Exercice n°3 : on donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = 5000 \times 0,8^x$.

a) Expliquer pourquoi cette fonction modélise la valeur d'une machine dont le prix diminue de 20% tous les ans. Quel est le prix initial de cette machine ?

- b) À l'aide du graphique, indiquer :
- Le moment où la machine ne vaut plus que 2 000 € ;
 - Le moment où la valeur de la machine a diminuée de 75%.

c) Vérifier avec votre calculatrice, les résultats obtenus.



III) Résolution d'équation $a^x = k$, inéquation $a^x < k$ (a et k strictement positifs donnés)

1°) Rappel :

On a vu dans le chapitre n°6 que si a est un nombre réel strictement positif et si n est un entier relatif : $\ln(a^n) = n \ln a$

On étend cette propriété à un réel quelconque. On a donc :

Propriété 1 : Pour tout nombre réel a strictement positif et tout nombre x réel quelconque : $\ln(a^x) = x \ln a$

2°) Savoir résoudre dans \mathbb{R} l'équation $a^x = k$, où $a > 0$ et $k > 0$, a différent de 1.

