

CHAPITRE N°..... : FONCTION EXPONENTIELLE.

I) Fonction exponentielle

1°) Définition :

On appelle fonction exponentielle de base e la fonction, notée exp qui, à tout réel x, associe le nombre réel strictement positif e^x , où e est le nombre tel que $\ln(e) = 1$;

Ainsi pour tout réel x $\exp(x) = e^x$

2°) Propriété 1 : Pour tout réel x, e^x est strictement positif.

3°) Propriété 2 : pour tout réel x : $\ln(e^x) = x$

Exercice n° 1 : simplifier les expressions : a) $\ln(e^{-3})$ b) $\ln(e^{1+x})$

Pour s'entraîner : exercices n°12 p 281 et 54 p 291.

Exercice n° 2 : rappel : Pour a > 0 et b > 0 on a : $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
 $\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$

Résoudre dans 3 : a) l'équation $e^x = 3$ b) l'inéquation $e^x \leq 2$

Pour s'entraîner : exercices n°16 et 17 p 281 et 59 et 60 p 291.

4°) Propriété 3 : Pour tout réel y strictement positif : $e^{\ln y} = y$

Exercice n° 3 : simplifier les expressions : a) $e^{\ln 5}$ b) $e^{2 \ln 5}$

Pour s'entraîner : exercices n°13 p 281 et 55 p 291.

5°) Remarque :

la fonction exponentielle de base e est la fonction, notée exp qui, à tout réel x, associe le nombre y tel que $\ln y = x$.
 La fonction exponentielle de base e est la fonction réciproque de la fonction logarithme.

Pour x réel quelconque et y réel strictement positif : $y = \exp x \Leftrightarrow \ln y = x$

6°) Dérivée :

La fonction exponentielle est dérivable sur 3 et est égale à sa fonction dérivée.

La fonction dérivée de exp : $x \mapsto e^x$ est $\exp' : x \mapsto e^x$

$\exp'(x) = e^x$

Exercice n° 4 : Déterminer la dérivée f' de la fonction f dans chacun des cas suivants puis faire l'étude des variations :

a) f est définie sur 3 par $f(x) = 3e^x - 4x + 3$.

b) f est définie sur 3 par $f(x) = (-4x + 3)e^x$.

c) f est définie sur]0, +∞[par $f(x) = \frac{e^x}{x}$

pour s'entraîner : exercice n°18 p 281 a) à c) et 61 a) à c) p 291

7°) Variations de la fonction exponentielle :

a) sens de variation :

Pour tout nombre réel x, le nombre e^x est strictement positif (voir propriété 1) donc **la fonction exponentielle est strictement croissante sur 3.**

b) Tableau de variation :

X	$-\infty$	$+\infty$
(exp)' (x)	+	
(exp)(x)		

8°) Conséquence de la croissance stricte de la fonction exponentielle sur 3

Pour tous réels a et b, on a : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$

$e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$

Exercice n°5 : Résoudre dans 3 a) l'équation $e^{3x-1} = e^{2x+4}$ b) l'inéquation $e^{3x-1} \leq e^{2x+4}$

9°) Exemple d'étude de fonction où figure la fonction exponentielle : exercice n°64 p 292.

Pour s'entraîner exercice n°19 p 281 et 63 p 291

CHAPITRE N°..... : FONCTION EXPONENTIELLE.**II) Relation fonctionnelle**

1°) Propriétés algébriques :

Les formules faisant intervenir des puissances entières sont encore valables pour des puissances non entières.

Pour tous réels x et y , on a :

$$e^x \times e^y = e^{x+y} \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y} \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad (e^x)^y = e^{x \times y}$$

2°) Application.

Exercice n° 6 : soit x un nombre réel. Ecrire sous la forme e^u les nombres.

a) $\frac{1}{e^{3x}}$ b) $(e^{-2x})^3$ c) $e^x \times e^{-2x}$ d) 1 e) $\frac{e^x}{e^2}$

*Pour s'entraîner : exercices n°71 et 72 p 294 et 295.***III) Dérivée de la fonction exp u**1°) **Exercice n° 7** : soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{3x}$ a) On sait que $e^{3x} = (e^x)^3$ et on rappelle que, si v est dérivable, alors la dérivée de la fonction v^3 est $3v^2v'$.
En déduire la dérivée f' de f .b) Si u est une fonction dérivable sur \mathbb{R} , quelle est, parmi les expressions suivantes, celle qui pourrait correspondre à la dérivée de e^u :
a) e^u ; b) e^u ; c) $u'e^u$?2°) Dérivée de e^u

u étant une fonction dérivable sur un intervalle I ,
si $f(x) = e^{u(x)}$, alors $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$

De façon plus concise, $(e^u)' = u'e^u$

3°) Application :

Exercice n°8 : dans chacun des cas suivants, étudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

a) $f(x) = e^{-x+1}$
b) $f(x) = (2x+3)e^{-x}$
c) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x - 1,5$

Pour s'entraîner : exercices n°18 d) à f) p 281, 36 1°) 2°) p 287 et 61 d) à f) p 291.

4°) Exemple d'étude de fonction : TP 7 p 269.

*Pour s'entraîner : exercice n°27 p 284, exercices n°4 p 312, 4 p 314, 4 p 315.***IV) Exemple d'ajustement se ramenant à un ajustement affine**

TP 6 p 269. Exercice 20 p 281.