

TD N°.... : EXPOSANT $\frac{1}{n}$

I) Exposants entiers (rappels)

1°) Définition :

a étant un nombre quelconque et n un entier naturel autre que 0 et 1, la puissance n-ième de a est le produit de n facteurs identiques

à a : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

$a^1 = a$; $a^0 = 1$

Exercice n°1 (calculatrice interdite): écrire sous forme de puissance : $5 \times 5 \times 5 \times 5$, $(-0,1) \times (-0,1) \times (-0,1)$.

2°) Règle de calcul

a et b sont des nombres différents de 0, n et m sont des nombres entiers : $(a^m)^n = a^{mn}$

3°) Application

Exercice n°2 : recopier et compléter $(a^2)^3 = a^{\dots}$; $(5^2)^{\dots} = 5^8$; $(5^2)^{\dots} = 5^4$; $(5^2)^{\dots} = 5^2$; $(5^2)^{\dots} = 5^1$

II) Exposants $\frac{1}{n}$

1°) Activités d'approche :

Exercice n°3 : dans chacun des cas suivants, résoudre a) $x^2 = 16$ b) $x^3 = 27$ c) $x^3 = 8$ d) $x^3 = 125$ e) $x^4 = 16$.

Exercice n°4 : A l'aide de la calculatrice donner la valeur des nombres : a) $16^{\frac{1}{2}}$ b) $27^{\frac{1}{3}}$ c) $8^{\frac{1}{3}}$ d) $125^{\frac{1}{3}}$ e) $16^{\frac{1}{4}}$

Indication : pour calculer $b^{\frac{1}{n}}$ à l'aide de la calculatrice, il suffit de taper : $b \square \square \square \frac{1}{n} \square =$
 Comparez avec les résultats obtenus dans l'exercice précédent. Que constatez vous ?

Exercice n°5 : à l'aide de la calculatrice donner la valeur arrondie au dixième des nombres $b^{\frac{1}{n}}$ puis élever le résultat obtenu à la puissance n.

Que constatez vous ? a) $15^{\frac{1}{5}}$ b) $5^{\frac{1}{4}}$ c) $325^{\frac{1}{12}}$

2°) Propriété admise et définition :

Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

Pour tout réel a strictement positif, il existe un unique réel x strictement positif tel que $x^n = a$.

x est appelé racine nième de a, on le note $x = a^{\frac{1}{n}}$.

Autrement dit : $\text{pour } x > 0 \text{ et } a > 0, \text{ si } x^n = a \text{ alors } x = a^{\frac{1}{n}}$

3°) Savoir résoudre une équation du type $x^n = a$.

Exercice n°6 : a) Déterminer la valeur exacte de x tel que $x^{10} = 1,12$.

b) A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au millième de x tel que $x^{10} = 1,12$.

c) Déterminer la valeur exacte de x tel que $(1+x)^{24} = 1,542$.

d) Déterminer la valeur exacte de x tel que $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} = 3,106$.

Pour s'entraîner : exercices n°4 p 280, n°33 p 287 et n°42 page 288

4°) Savoir calculer le pourcentage d'augmentation de n évolution successives de taux global connu.

Exercice n°7 : le nombre d'adhérents d'un club de hip-hop augmente de x % tous les ans sur une période de huit ans.

Au bout de ces huit années, le nombre d'adhérents a été multiplié par 2,3.

Calculer le pourcentage d'augmentation annuel de ce nombre (arrondir au millième).

5°) Propriétés : si a est un nombre strictement positif et si n est un entier naturel non nul alors $(a^n)^{\frac{1}{n}} = a$

pour $x > 0$ et $a > 0$: si $x = a^{\frac{1}{n}}$ alors $x^n = a$