

TD n° Equations de droites

I) Rappels

1°) Caractérisation analytique d'une droite.

Théorème n°1 :

Dans un repère du plan, toute droite :

- parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation dite réduite de la forme : $x = k$ où k est un réel.
- non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation dite réduite de la forme $y = mx + p$ où m et p sont des réels.
 m est le coefficient directeur de cette droite.
 p est l'ordonnée à l'origine (c'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées).

2°) Coefficient directeur :

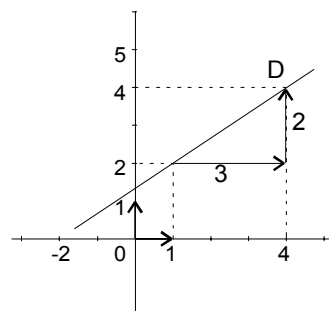
a) Théorème n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(0, \vec{i}, \vec{j})$. Soit une droite D non parallèle à l'axe des ordonnées.

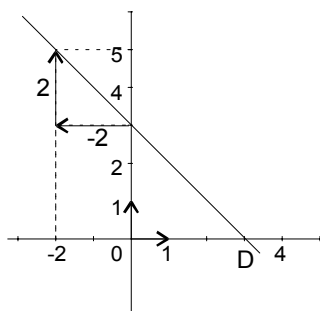
Si $M_1(x_1, y_1)$ et $M_2(x_2, y_2)$ sont deux points de D d'abscisses différentes, alors D a pour coefficient directeur : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ et a pour équation réduite $y = m(x - x_1) + y_1$

Ce que l'on exprime aussi par : $\text{coefficient directeur} = \frac{\text{Différence des ordonnées}}{\text{Différence des abscisses}}$

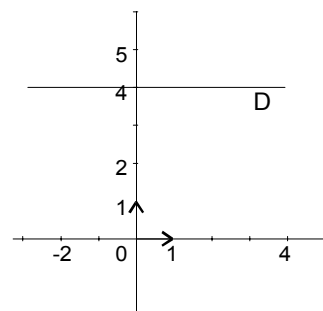
b) Remarque : le coefficient directeur d'une droite mesure son inclinaison par rapport à l'axe des abscisses



$a_1 = \frac{2}{3}$: coefficient directeur positif



$a_2 = \frac{2}{-2} = -1$: coefficient directeur négatif



$a_3 = 0$: coefficient directeur nul

Attention : une droite parallèle à l'axe des ordonnées n'a pas de coefficient directeur, ni d'ordonnée à l'origine.

II) Ce qu'il faut savoir faire

1°) Calculer le coefficient directeur, s'il existe, d'une droite connaissant deux de ses points :

Exercice n°1 : calculer, s'il existe, le coefficient directeur de la droite (AB) dans chacun des cas suivants :

- A(0, 1) et B(-3, 2)
- A(2, 2) et B(-5, 2)
- A(3, 2) et B(3, 4)

2°) Déterminer l'équation réduite d'une droite définie par un point A et son coefficient directeur m

Exercice n°2 : Déterminer une équation de la droite D passant par le point A donné et de coefficient directeur m donné.

- A(-1, 2) $m = 2$
- A(2, 3) $m = -\frac{1}{2}$

3°) Construire une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur

Exercice n°3 : Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

On considère le point A de coordonnées (-2 ; -1).

Construire les droites D_1 , D_2 passant par A et de coefficients directeurs respectifs : 0, -2.

Construire la droite D_3 de coefficient directeur $-\frac{1}{3}$ et d'ordonnée à l'origine 1

4°) Lire le coefficient directeur d'une droite sur un graphique

Méthode : Choisir deux points A et B sur la droite qui sont sur des « nœuds du quadrillage ».

Se déplacer de A vers B par la méthode de l'escalier (horizontalement puis verticalement)

En déduire le coefficient directeur

TD n° Equations de droites

Exercice n°4 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère sur la figure ci-contre les droites (AB) , (OC) , (EF) , (FG) où G a pour coordonnées (3,0).

Pour chacune d'elles déterminer le coefficient directeur puis son équation réduite.

5°) Déterminer une équation de droite connaissant deux de ses points.

Exercice n°5 :

- a) Déterminer une équation de la droite (AB) avec A (1 ; 3) et B (1 ; 4).
b) Déterminer une équation de la droite (EF) avec E (1 ; 2) et F (3 ; 1).

6°) Reconnaître une équation de droite :

- a) Exercice n°6 : Soit E l'ensemble des points dont les coordonnées (x ; y) vérifient l'équation $6x - 4y = 10$.

Montrer que E est une droite dont on précisera le coefficient directeur.

- b) Remarque : Une droite n'a pas une seule équation.

La droite d'équation $y = 2x + 1$ a aussi pour équation $2y = 4x + 2$ ou $2x - y + 1 = 0$.

c) Théorème n°3 :

Soit a, b et c trois réels avec $(a,b) \neq (0,0)$, c'est à dire a et b non nuls simultanément.

Dans le plan muni d'un repère, l'ensemble des points M (x ; y) tels que $ax + by + c = 0$ est une droite d.

On dit que $ax + by + c = 0$ est une équation cartésienne de d.

Elle peut être mise sous l'une des deux formes :

$$y = mx + p ; x = k.$$

- d) Exercice n° 7 : Soit d_1 la droite d'équation $2x + 3y - 4 = 0$.

Déterminer son équation réduite, son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.

Soit d_2 la droite d'équation : $5x - 6 = 0$. déterminer son équation réduite.

7°) Construire une droite à partir d'une équation.

Exercice n° 8 : Tracer les droites

a) d_3 d'équation $y = 2x + 3$

b) d_4 d'équation $y = 4$

c) d_5 d'équation $x = -2$

d) d_6 d'équation $2x + 3y + 3 = 0$

e) d_7 d'équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ (on peut utiliser deux méthodes différentes) .

8°) Déterminer si un point appartient à une droite.

Exercice n°9 : Soit E (7 ; -1), déterminer si le point E appartient aux droites de l'exercice n°9.

III) Droites parallèles :

1°) Propriété :

Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la droite d a pour équation $y = mx + p$ et la droite d' , $y = m'x + p'$.

Dire que d et d' sont parallèles équivaut à dire que $m = m'$.

Autrement dit :

Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

Remarque :

Pour $m = m'$: Si $p = p'$ alors d et d' sont confondus.

Si $p \neq p'$ alors d et d' sont strictement parallèles.

2°) Déterminer la position relative de deux droites (c'est à dire déterminer si deux droites sont sécantes ou parallèles) :

Exercice n° 10 : Dans chacun des cas suivants, déterminer la position relative des deux droites d et d' .

- a) d a pour équation $x = 2$ et d' a pour équation $x = -5$.

b) d a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 4$ et d' a pour équation $x = 5$.

c) d a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 4$ et d' a pour équation $y = -\frac{54}{81}x + 5$.

3°) Déterminer l'équation d'une droite parallèle à une droite donnée :

Exercice n° 11 : Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation réduite de la droite d' .

- a) d est la droite d'équation $3x - 5y = 10$. La droite d' est parallèle à d et passe par A (2 ; 3).

- b) Soient B (1 ; 4) et C (-5 , 0). d' est parallèle à la droite (BC) et passe par A (-2 ; -3).

