CHAPITRE : MOYENNE D'UNE SERIE STATISTIQUE QUANTITATIVE.

Dans ce chapitre, on étudie un caractère quantitatif, c'est à dire numérique, sur une population.
Les valeurs de la série statistique sont alors notées $x_1, x_2, x_3, \dots$

I) Moyenne

1°) Moyenne arithmétique

a) **Exercice n°1** : calculer la moyenne des six notes suivantes : 8, 10, 10, 13, 14, 14

b) Cas général :

La moyenne arithmétique de N nombres $x_1, x_2, \dots, x_N$ est $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$ où N est l'effectif total.

Pour s'entraîner : exercice n°28 page 207.

2°) Moyenne arithmétique pondérée d'une série statistique **discrète**

Exercice n°2 : La série suivante rassemble les notes obtenues à un contrôle dans une classe de 32 élèves.

Notes	7	9	10	11	13	14	17	Total
Effectifs	3	4	8	7	6	3	1	
Produit $n_i x_i$								

Calculer la moyenne de cette série

Méthode : il est recommandé de recopier le tableau en y ajoutant pour préparer le calcul :

1. une ligne nommée $n_i \times x_i$;
2. une dernière colonne pour les sommes ou total.

Cas général :

Lorsque la population est donnée par le tableau des effectifs n_i de chacune des p valeurs x_i .

La moyenne est $\bar{x} = \frac{\text{somme des produits "effectif} \times \text{valeur"}}{\text{effectif total}}$ ou encore $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$ où $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

Pour s'entraîner : exercice n°29 page 207.

3°) Moyenne arithmétique pondérée d'une série statistique **continue** (regroupement en classes).

Rappel : le centre d'une classe d'extrémités a et b est $\frac{a + b}{2}$

Exercice n°3 : La série suivante donne les tailles en centimètres de 100 personnes adultes de sexe masculin :

Tailles	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[	[175 ; 180 [	[180 ; 185[	[185 ; 190[	[190 ; 195[
Centre des classes								
Effectifs	5	12	19	25	20	10	7	2

Déterminer le centre de chaque classe puis calculer la moyenne de cette série

Cas général :

Lorsque la population est donnée par le tableau des effectifs n_i de chacune des p classes $[a_i ; b_i[$. Dans ce cas, la moyenne $\bar{x}$ est calculée en prenant pour les valeurs x_i les centres des classes.

Pour s'entraîner : exercice n°30 page 207.

4°) Calculer la moyenne à partir des fréquences.

On peut calculer la moyenne à partir de la distribution des fréquences : $\bar{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_p x_p$

Exercice n°4 : dans une classe, 34% des élèves sont fils (ou fille) unique, 47 % ont un frère (ou sœur), 15% ont deux frères (ou sœurs) et le reste a 3 frères (ou sœurs).

Dresser un tableau dans lequel figurent le nombre de frères et sœurs, et la fréquence correspondante.
En déduire le nombre moyen de frères et sœurs dans cette classe.

5°) Moyenne élaguée :

CHAPITRE : MOYENNE D'UNE SERIE STATISTIQUE QUANTITATIVE.

a) Exemple :

Exercice n°5 : Voici la répartition des salaires dans une entreprise :

Salaire en €	1 000	1 200	1 500	2 000	19 000
effectifs	7	8	3	2	1

Déterminer le salaire moyen d'un salarié de l'entreprise.

b) Propriété 1 : La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes de la série .

c) Définition : Une moyenne calculée après avoir enlevé certaines valeurs est appelée moyenne élaguée.

Ce procédé permet de limiter les effets de ces valeurs aberrantes.

Pour s'entraîner : exercice n°45 page 209.

II) Propriétés de la moyenne

1°) Linéarité de la moyenne :

a) Propriété 2 :

Première formulation :

Lorsqu'on ajoute (ou retranche) un même nombre b à chacune des valeurs du caractère, sans changer les effectifs, la moyenne augmente (ou diminue) de b .

Lorsqu'on multiplie chacune des valeurs du caractère par un même nombre a , sans changer les effectifs, la moyenne est multipliée par a .

Exemple : Si la moyenne au contrôle d'histoire géographique est de 8,7 sur 20 et que le professeur décide d'ajouter 1 point à tous les élèves, alors la nouvelle moyenne est de 9,7.

Si un professeur double chaque note, la moyenne de la classe est multipliée par 2.

Deuxième formulation :

Soit $\bar{x}$ la moyenne d'une série de valeurs x_i et d'effectifs correspondants n_i pour i variant de 1 à k .

La moyenne de la série de valeurs $ax_i + b$ où a et b sont des nombres réels, de mêmes effectifs n_i , pour i variant de 1 à k , est égale à $a\bar{x} + b$.

b) application :

Exercice n°6 : Un zoologue a entrepris une étude portant sur l'envergure de 200 papillons d'une espèce européenne. Voici les données recueillies en millimètres.

Envergure x	68	69	70	71	72	73	74	75	76
Effectif	6	18	32	44	35	23	14	13	15

Calculer la moyenne des envergures en posant $y = x - 68$.

Pour s'entraîner : exercices n°35 à 38 page 208.

2°) Moyenne à partir des moyennes de sous- groupes :

a) Propriété 3 :

Si on partage toutes les valeurs d'une série de moyenne $\bar{x}$ en deux sous-groupes disjoints : l'un d'effectif p et de moyenne $\bar{y}$, l'autre d'effectif q et de moyenne $\bar{z}$, alors :

$$\bar{x} = \frac{p\bar{y} + q\bar{z}}{p + q}$$

Ce résultat peut se généraliser à plus de deux groupes.

b) Application :

Exercice n°7 : une personne achète 6 kg de pommes d'une variété à 1,70 € le kilo, et 9 kg de pommes d'une autre variété à 2,30 € le kilo. Déterminer le prix moyen $\bar{p}$ d'un kilogramme de pommes toutes variétés confondues.

Pour s'entraîner : exercices n°39 à 44 page 209.