CHAPITRE 1 LES ENSEMBLES DE NOMBRES.

I) L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels

L'ensemble des entiers naturels est formé de tous les nombres entiers positifs ou nuls. $\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots ; 10\ 000 ; \dots\}$

Les entiers naturels permettent de dénombrer des individus.

Exercice n°1 : Recopier à la place des pointillés le symbole qui convient ($\in, \notin$) : -7….$\mathbb{N}$; $\frac{10}{2}$ ….$\mathbb{N}$; 0,1 ….$\mathbb{N}$

Rappel : Le symbole $\in$ se lit « appartient à ». On utilise ce symbole pour indiquer , qu'un nombre , un élément appartient à un ensemble .

II) L'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs.

L'ensemble des entiers relatifs est formé de tous les entiers naturels et de leurs opposés. $\mathbb{Z} = \{ \dots ; -10\ 001 ; -10\ 000 ; \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots 10\ 000 ; 10\ 001 ; \dots\}$

Tout les entiers naturels sont des entiers relatifs. On écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
Le symbole $\subset$ se lit « inclus dans » .
On utilise ce symbole pour indiquer qu'un ensemble est contenu entièrement dans un autre ensemble.
Exercice n°2 :

a) Vrai ou Faux ? justifier la réponse. $-1 \subset \mathbb{Z}$; $-\frac{9}{3} \notin \mathbb{Z}$; $2{,}5 \in \mathbb{Z}$.

b) Recopier à la place des pointillés le symbole qui convient ($\in, \notin$) : -7….$\mathbb{Z}$; $\frac{10}{2}$ ….$\mathbb{Z}$; 0,1 ….$\mathbb{Z}$

III) L'ensemble $\mathbb{D}$ des nombres décimaux.

1°) Définition :

L'ensemble des nombres décimaux contient tous les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'un quotient d'un entier relatif par une puissance de 10, c'est à dire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec n entier naturel et a un entier relatif. $\mathbb{D} = \{ \frac{a}{10^n} , a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$.

Exemple : $3{,}49 \in \mathbb{D}$ car $3{,}49 = \frac{349}{100} = \frac{349}{10^2}$.

Exercice n°3 :

a) Ecrire les nombres suivants sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec n entier naturel et a un entier relatif : 2,34 ; -7,1; 0,0073 ; 12.

b) Compléter les colonnes du tableau par les symboles $\in$ ou $\notin$, (compléter aussi la première ligne pour justifier)

	10^{-2}	$\frac{14}{2}$	$\frac{7}{3}$	-4^2
$\mathbb{N}$				
$\mathbb{Z}$				
$\mathbb{D}$				

Remarque : $\mathbb{D}$ contient tous les nombres entiers ainsi que les nombres ayant une partie décimale finie. On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.

2°) Savoir calculer avec les puissances de dix : voir TD n°1.

IV) L'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels.

1°) Définition :

L'ensemble des nombres rationnels contient tous les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'un quotient d'un entier relatif par un entier naturel non nul . $\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^* \}$.

exemples : -7 ; -6,28 ; 0 ; 0,045 ; 182 ; $\frac{3}{4}$; $-\frac{7}{8}$; $\frac{2}{3}$; $-\frac{5}{7}$ sont des rationnels .

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

2°) Savoir calculer avec des écritures fractionnaires : a) voir TD n°2.

b) et des puissances :

Exercice n°4 : Ecrire A sous la forme $3^m x 2^n$: $A = \dfrac{16 \times 3^9}{\left(18 \times 2^2\right)^4}$, Donner en écriture scientifique B = $\dfrac{27 \times 10^{-8} \times 50 \times \left(10^2\right)^5}{54 \times 10^{-3}}$

3°) Savoir préciser la nature d'un rationnel :

Exercice n°5 : Calculatrice interdite. Dans chaque cas, dire si le rationnel est entier, décimal non entier ou rationnel non décimal : $a = \dfrac{7}{5}$ $b = -\dfrac{11}{7}$ $c = -\dfrac{7 \times 10^3}{10^{-4}}$

Propriété : tout nombre rationnel non décimal se caractérise par une écriture décimale comportant une période.

V) L'ensemble ℝ des nombres réels.

1°) Exemples :

On admettra que le nombre $\sqrt{2}$ ainsi que les nombres π et sin(15°) ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction : ce ne sont pas des rationnels.

$\sqrt{2}$, π et sin(15°) sont appelés des **nombres irrationnels** (en règle générale, il n'est pas facile de prouver qu'un nombre donné est irrationnel).

$\sqrt{2}$, π et sin(15°) appartiennent à l'ensemble des nombres réels noté **ℝ.**

2°) Savoir calculer avec des radicaux : voir TD n°3.

3°) Savoir reconnaître un irrationnel :

Un nombre écrit sous la forme $\sqrt{a}$ (avec a > 0) n'est pas nécessairement un irrationnel. Il faut simplifier son écriture si possible avant de décider.

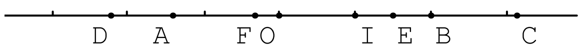
Exercice n°6 : dans chaque cas, dire si le réel est irrationnel ou non.

$d = \sqrt{\dfrac{4}{81}}$, $e = \left(2\sqrt{5} - 1\right)\left(2\sqrt{5} + 1\right)$, $f = \dfrac{\pi}{2}$, $g = \sqrt{28}$. *Pour s'entraîner : exercices n°21 à 24 page 22.*

4°) Définition : Soit O et I deux points distincts du plan. Á chaque point M de la droite (OI), on associe son abscisse dans le repère (O , I). **Les nombres réels sont les abscisses de tous les points de la droite**.

Exercice n°7 : Á quels points de la droite graduée ci-contre munie du repère (O, I) correspondent les nombres suivants :

2 ; $-\dfrac{1}{3}$; $-\sqrt{2}$; π ; $\dfrac{3}{2}$; 1 ; $-\sqrt{5}$



5°) Remarques. Les ensembles de nombres s'emboîtent les uns dans les autres, on peut écrire :

$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$ (le symbole $\subset$ signifie inclus dans)

L'ensemble des nombres réels positifs est noté $\mathbb{R}^+$;
L'ensemble des nombres réels négatifs est noté $\mathbb{R}^-$.
L'ensemble des nombres réels privé de 0 est noté $\mathbb{R}^*$.

VI) Savoir reconnaître la nature d'un nombre :

Donner la nature d'un nombre, c'est indiquer auquel des ensembles ℕ, ℤ, 𝔻, ℚ, ℝ, le plus petit possible, il appartient.

<u>Méthode</u> : On simplifie, si possible, l'écriture du nombre.
On cite le plus petit des ensembles ℕ, ℤ, 𝔻, ℚ, ℝ auquel il appartient.

Exercice n°8 : déterminer la nature des nombres suivants.

a) $-\dfrac{12}{7}$ b) $-\dfrac{9}{125}$ c) $\dfrac{63}{6}$ d) $\dfrac{8^2 \times 9^2}{12}$ e) $\sqrt{0,81}$ f) $\sqrt{\dfrac{4}{225}}$ g) $-\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ h) $\sqrt{48}$

Voir encore exercice résolu page 13. Et exercices n°26 et 27 page 22

VII) Résoudre une équation dans un ensemble de nombres particulier :

Exercice n°9 : Résoudre dans ℕ, dans ℤ, dans ℚ et dans ℝ l'équation 3x – 4 = 0.