

I) Divisibilité :

1°) Définition :

Soit a et b deux entiers naturels, avec a et b non nul.

Dire que b est un diviseur de a signifie que $\frac{a}{b}$ est un entier naturel.

On dit aussi que b divise a lorsqu'il existe un entier q tel que $a = bq$.

Exemples : 1, 2, 3, 6, 12, 36 sont des diviseurs de 36
6, 12, 18, ... sont des multiples de 6

Exercice n°1 : a) 2 est-il un diviseur de 25 ? 5 est-il un diviseur de 25 ?
b) Ecrire la liste des diviseurs de 32.
c) Donner une écriture de 184 montrant que 184 est un multiple de 23.

2°) Critères de divisibilité : voir TD n°2

II) Nombres premiers

1°) Définition

Un nombre premier est un nombre entier strictement supérieur à 1 qui a seulement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarques-exemples :

- 0 n'est pas un nombre premier car 0 est divisible par n'importe quel entier ;
- 1 n'est pas un nombre premier car 1 n'est divisible que par 1 ;
- 7 est un nombre premier car 7 n'est divisible que par 1 et 7 ;
- 15 n'est pas un nombre premier car $15 = 5 \times 3$ (15 divisible par 5 et 3).

2°) Savoir déterminer si un nombre entier n est premierMéthode :

- chercher si n est divisible par 2, 3 et 5 en utilisant les critères de divisibilité ;
- chercher si n est divisible par les autres nombres premiers (7, 11, 13, 17, 19, ...) en effectuant des divisions ;
- arrêter les essais lorsque le quotient est strictement inférieur au diviseur.

Exercice n°2 : 59 est-il un nombre premier ? 391 est-il un nombre premier ?

Pour s'entraîner : exercice n°79 page 27, exercice n°90 page 28.

3°) Savoir décomposer un nombre entier n en un produit de facteurs premiers (voir exercice résolu page 17)Théorème :

On admet qu'un entier naturel, sauf 0 et 1, peut toujours s'écrire sous la forme d'un produit où chaque facteur est un nombre premier. Cette décomposition est unique

Méthode 1 : Utiliser les tables de multiplication et les critères de divisibilité.

Méthode 2 :

- diviser n par le plus petit nombre premier possible ;
- diviser le quotient obtenu par le plus petit nombre premier possible ;
- recommencer jusqu'à ce que le quotient soit égal à 1 ;
- la décomposition de n en facteurs premiers est le produit de tous les diviseurs obtenus.

Exercice n°3 : Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 56x67 (méthode 1) puis 224 (méthode 2).

Pour s'entraîner : exercices n° 81 et 82 page 27

4°) Savoir déterminer le PGCD de deux nombres entiers n et n' Méthode :

- décomposer n et n' en produit de facteurs premiers ;
- le PGCD est le plus grand produit commun aux deux décompositions.

Exercice n°4 : déterminer le PGCD de 420 et 924.

5°) Utiliser les décompositions pour (voir exercice résolu page 17) :

a) écrire des fractions sous forme irréductible : Exercice n°5 : déterminer l'écriture irréductible de $\frac{420}{924}$

b) transformer des écritures avec des radicaux : Exercice n°6 : simplifier $\sqrt{24200}$.

Pour s'entraîner : exercices n°83 et 84 page 27.