I) Cours (2 points)

1°)

	f(x)	f '(x)	f est définie sur	f' est définie sur
Fonction constante	k	0	3	3
Fonction sinus	sin x	cosx	3	3
Fonction puissance	x^n (n∈N*)	nx^{n-1}	3	3
Fonction inverse	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	3*	3*

2°) u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I :

a) k est une constante réelle : ku est dérivable sur I et (ku)' = **ku'**……………

b) uv est dérivable sur I et (uv)' = **u'v+uv'**…………………………………………

c) Si pour tout x de I on a $v(x) \neq 0$, alors : $f = \frac{1}{v}$ est dérivable sur I et $\left(\frac{1}{v}\right)' =$ …… $-\frac{v'}{v^2}$ …………………………

d) u^n est dérivable sur I et $(u^n)'$ = …… $nu^{n-1}u'$ ……………………………………………

Exercice 1 (6 points) :

1. $f(x) = \frac{x^5}{4} + 2x^3 + \frac{3x}{2} + 4 = \frac{1}{4}x^5 + 2x^3 + \frac{3}{2}x + 4$ sur 3. **(ku)' = ku' avec k constante réelle et (w+v)'=w'+v'**

donc $f'(x) = \frac{1}{4} \times 5x^4 + 2 \times 3x^2 + \frac{3}{2}$. Conclusion : $\boxed{f'(x) = \frac{5}{4}x^4 + 6x^2 + \frac{3}{2}}$

2. $f(x) = (2x-1) \times \cos x$ sur 3. **f = u × v et (uv)' = u' × v+u × v'** donc $f'(x) = 2 \times \cos x + (2x-1) \times (-\sin x)$.

Conclusion : $\boxed{f'(x) = 2\cos x - (2x-1) \times \sin x}$

3. $f(x) = (3x-4)^4$. **f = u⁴ et (u⁴)' = 4 u³u'** donc $f'(x) = 4(3x-4)^3 \times 3$ c'est à dire $\boxed{f'(x) = 12(3x-4)^3}$

4. $f(x) = 3x^2 - \frac{4}{3-x} = 3x^2 - 4 \times \frac{1}{3-x}$ sur]3 ;+õ[. $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ et **(ku)' = ku' avec k constante réelle**

donc $f'(x) = 6x - 4 \times \frac{-(-1)}{(3-x)^2}$. Conclusion : $\boxed{f'(x) = 6x - \frac{4}{(3-x)^2}}$

5. $f(x) = \frac{(3x+2)^2}{x+1}$ sur]-1 ;+õ[. **(w²)' = 2 ww'** et $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ donc $f'(x) = \frac{2(3x+2) \times 3 \times (x+1) - (3x+2)^2 \times 1}{(x+1)^2}$

$f'(x) == \frac{6(3x+2)(x+1) - (3x+2)^2}{(x+1)^2} = \frac{(3x+2)[6(x+1) - (3x+2)]}{(x+1)^2} = \frac{(3x+2)[6x+6-3x-2]}{(x+1)^2}$.

Conclusion $\boxed{f'(x) = \frac{(3x+2)[3x+4]}{(x+1)^2}}$

Exercice 2 (3 points)

Soit g la fonction définie sur $]\frac{1}{2}$;+õ[par $g(x) = \frac{4x-3}{2x-1}$

1. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ donc $g'(x) = \frac{4(2x-1) - (4x-3) \times 2}{(2x-1)^2} = \frac{8x-4-8x+6}{(2x-1)^2}$. Conclusion $\boxed{g'(x) = \frac{2}{(2x-1)^2}}$

2. La tangente T à C_g au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur g'(1) : $g'(1) = \frac{2}{(2-1)^2} = \frac{2}{1} = 2$.

Donc le coefficient directeur de T est 2 et une équation de T est $y = 2x + p$ où p est à trouver.

Le point de C_g d'abscisse 1 a pour ordonnée g(1).

$g(1) = \frac{4-3}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$ donc T passe par le point (1 , 1).

D'où $1 = 1 \times 2 + p$. Donc 1 = 2+p. Soit p =-1.

$\boxed{\text{Conclusion : une équation de T est } y = 2x - 1.}$

Exercice 3 (9 points)

Partie A (6 points) :
1. f(-2)=3 et f(1)=0.

2. La droite T_1 est tangente à la courbe C_f au point A .
f '(0) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0, c'est à dire au point A.
Donc f'(0)=-2 (lecture graphique)

3.On sait que f '(-2) =2.
On place le point E (-2, 3).
En partant du point E, on se déplace de 1 unité horizontalement vers la gauche puis verticalement de 2 unités vers le bas : on obtient le point B. La tangente est la droite (AB).

4. a) f(*x*) = 0 a deux solutions –3 et 1. On a cherché les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses.

b) f(*x*) >0 a pour ensemble de solutions]-3, 1 [

c) f '(*x*) = 0 a une solution –1.

d) f '(*x*) ≤ 0 a pour ensemble de solutions $[-1;1{,}5]$. On a cherché l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

5. Tableau de variation de f sur [-3,5 ; 1,5]

Valeurs de x	-3,5		-1		1,5
Signe de f'(x)		+	0	-	
Variation de f		↗	4	↘	
	-2,3				-2,3

6. Tableau de signe de f sur [-3,5 ; 1,5] :

x	–3,5		-3		1		1,5
Signe de f (*x*)		-	0	+	0	-	

Partie B (3 points) :
La fonction f est définie sur [-3,5 ; 1,5] par $f(x) = ax^2 + bx + c$

1. Le point D(1 ; 0) appartient à la courbe représentative C_f de la fonction f donc f(1)=0.
Or $f(1) = a \times 1^2 + b \times 1 + c = a + b + c$ donc $\boxed{a+b+c=0}$
Le point B(-1,4),appartient à la courbe représentative C_f de la fonction f donc f(-1) =4.
Or $f(-1) = a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = a - b + c$ donc $\boxed{a-b+c=4}$

2. a) On sait que la tangente en B (-1, 4) à la courbe est parallèle à l'axe des abscisses donc son coefficient directeur est égal à 0. Or le coefficient directeur de f'(-1) donc f ' (-1) =0

b) $f(x) = ax^2 + bx + c$ donc f '(*x*) =2ax+b .

c) D'après le b) $f'(-1) = 2a \times (-1) + b = -2a + b$ donc d'après le a) –2a+b =0

3 a) $\begin{cases} a + b + c = 0 & (1) \\ a - b + c = 4 & (2) \\ -2a + b = 0 & (3) \end{cases}$

On soustrait membre à membre les équations (1) et (2) donc 2b =-4 donc $\boxed{b = -2}$.
On remplace b par –2 dans (3) donc –2a –2 =0. Donc $\boxed{a = -1}$
On remplace dans (1) : -1-2+c =0 donc $\boxed{c = 3}$

b) Conclusion : $\boxed{f(x) = -x^2 - 2x + 3}$.