

Exercice n°1 : 1°) a) l'image de 2 par f est 7

b) $f(4) = 8$

2°) les antécédents de 3 par f sont -10 ; 0 ; 9

3°) le maximum de f est 8. Il est atteint pour $x = -13$ et $x = 4$.

4°) tableau de variation

x	-13	-3	4	12
f(x)	8		8	
		-1		-7

5°) a) $f(x) = 0$ a 3 solutions : -6, -1, 10. On a cherché les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses.

b) $f(x) < 0$ a pour ensemble de solutions $]-6, -1[\cup]10, 12]$. On a cherché les abscisses des points de la courbe situés au dessous de l'axe des abscisses.

c) $f(x) = 8$ pour $x = -13$ ou $x = 4$

d) $f(x) = 8,5$ n'a pas de solution.

Exercice n°2 : $h(x) = -x^2 + 3x - 2$. $h(\sqrt{2}) = -2 + 3\sqrt{2} - 2$ donc $h(\sqrt{2}) = -4 + 3\sqrt{2}$

$$h\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{9} + 3 \times \frac{1}{3} - 2 = -\frac{1}{9} + 1 - 2 = -\frac{1}{9} - \frac{9}{9} \text{ donc } h\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{9}$$

$$h(x) = -2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 = -2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(-x + 3) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } (-x + 3) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=3.$$

Conclusion : -2 a deux antécédents par h : 0 et 3.

Exercice n°3 : f est la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

a) tableau de valeurs

x	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6
f(x)	-8	0	1	0,75	0,56	0,44	0,36	0,31

b) Courbe (C_f).

c) f est croissante sur $]0, 1[$ et décroissante sur $]1, +\infty[$

Tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
Variation de f		1	

Exercice n°4 : 1°) On cherche les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses.

$f(x) = 0$ a deux solutions -2 et $0,5$.

2°)

x	-2,25	-2	0,5	0,75	
Signe de f(x)	+	0	-	0	+

3°) On cherche les abscisses des points de la courbe situés sur la droite : $f(x) = g(x)$ a deux solutions -2 et 0 .

4°) On cherche les abscisses des points de la courbe situés en dessous de la droite :

$f(x) < g(x)$ a pour ensemble de solution : $]-2, 0]$

5°) f est une fonction de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) $f(-2) = 4a - 2b + c$ or $f(-2) = 0$ donc $4a - 2b + c = 0$.

$f(0) = 0a + 0b + c$ or $f(0) = -2$ donc $c = -2$.

$f(0,5) = 0,25a + 0,5b + c$ or $f(0,5) = 0$ donc $0,25a + 0,5b + c = 0$.

On a donc :
$$\begin{cases} 4a - 2b - 2 = 0 & \begin{cases} 2a - b - 1 = 0 \text{ (on a divisé par 2).} \\ 0,25a + 0,5b - 2 = 0 & \begin{cases} 0,5a + b - 4 = 0 \text{ (on a multiplié par 2).} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

En additionnant membres à membres on obtient : $2,5a - 5 = 0$ donc $a = 2$.

$b = 2a - 1$ donc $b = 3$.

Conclusion : $a = 2$, $b = 3$ et $c = -2$ et $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$

b) $f(x) - g(x) = 2x^2 + 3x - 2 - (-x - 2) = 2x^2 + 4x$. Conclusion : $f(x) - g(x) = 2x(x + 2)$

c) $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x(x + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0$ ou $(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2$. On retrouve bien le résultat du 3°)