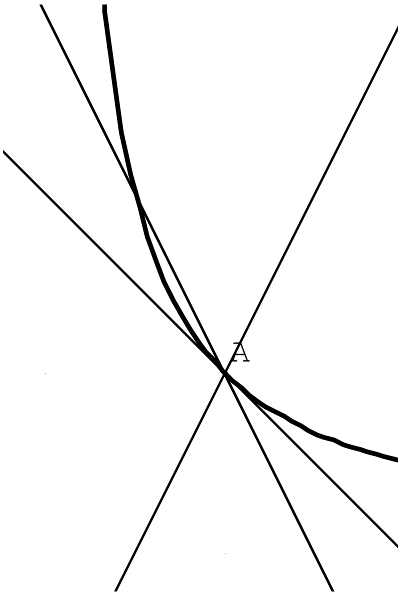
CHAPITRE N°…….TANGENTE ET NOMBRE DERIVE

I) Notion de tangente à une courbe



On admettra que :

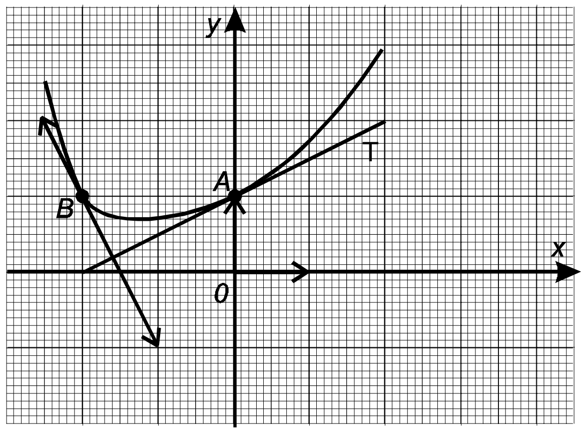
la tangente à une courbe C en un point A appartenant à cette courbe est la droite qui approche le mieux la courbe pour des points proches de A.

Exercice n°1 : Sur la figure ci contre, choisir la droite qui est tangente à la courbe au point A.

Exercice n°2 :

Savoir déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente.

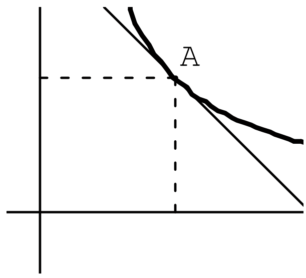
Sur la figure contre, la droite T est la tangente à la courbe C en A. Déterminer son coefficient directeur puis son équation réduite.
Faire de même pour la tangente à la courbe C en B.



II) Nombre dérivé, équation d'une tangente

1°) Définition :

Soit C la courbe représentative d'une fonction dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ et A le point de C d'abscisse a.
Si la courbe C admet en A une tangente non parallèle à l'axe des ordonnées, alors le coefficient directeur de cette tangente est appelé le nombre dérivé de la fonction f en a.



Ce nombre est noté f '(a) ; lire « f prime de a ».

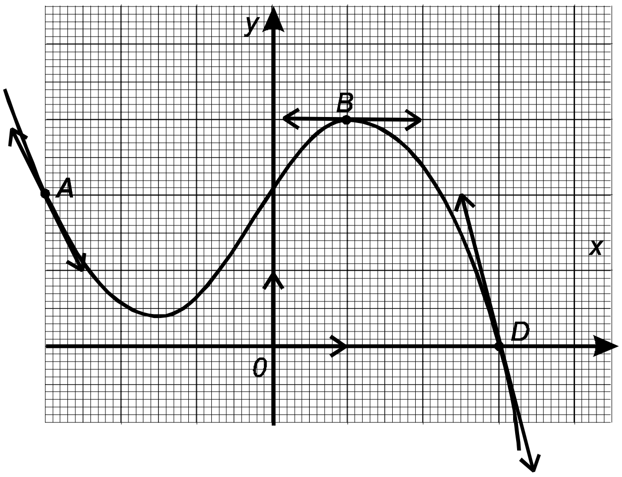
2°) Applications directes :

Exercice n°3 : a) *Savoir déterminer graphiquement des nombres dérivés*

Sur la figure ci-contre, C est la courbe représentative d'une fonction f.

Sachant que les droites tracées sont tangentes à C, déterminer par lecture graphique les nombres dérivés f '(-3), f '(1), f '(3).

b) *Savoir déterminer l'équation d'une tangente* : déterminer une équation de la tangente en D à la courbe C puis une équation de la tangente en A .



Exercice n°4 : *Savoir construire une tangente connaissant le nombre dérivé*

Soit f la fonction définie sur 3 par f(x) = $\frac{x^2}{2} - x$. On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

Le tableau suivant donne les nombres dérivés de f pour certaines valeurs de la variable.

a	-1	0	1	2	3
f '(a)	-2	-1	0	1	2

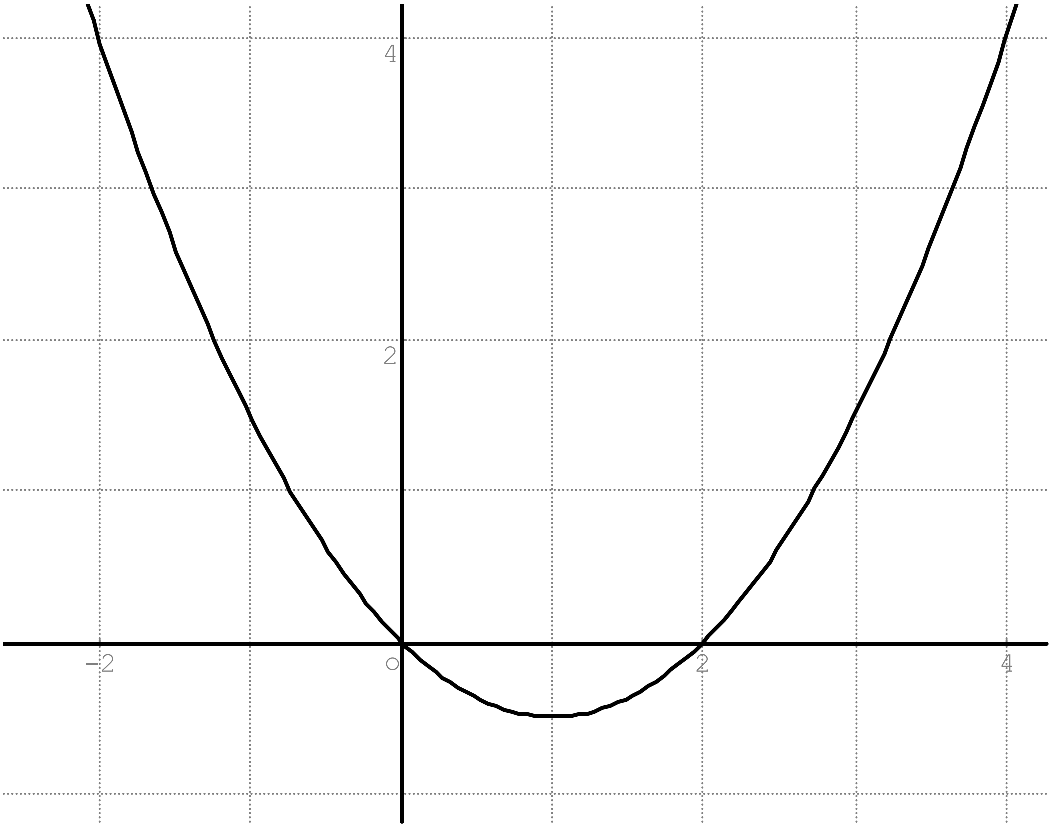
a) Vérifier que la courbe représentative ci-contre est bien la courbe de f(x) = $\frac{x^2}{2} - x$.

b) Construire les tangentes T_1, T_2 , T_3 , T_4 et T_5 à la courbe C aux points d'abscisses respectives -1, 0 , 1, 2 et 3.

c) Déterminer l'équation réduite des tangentes T_1 et T_4.

d) Dresser le tableau de variation de f.

e) Quel lien existe-t-il entre le signe de f'(x) et le sens de variation de f ?

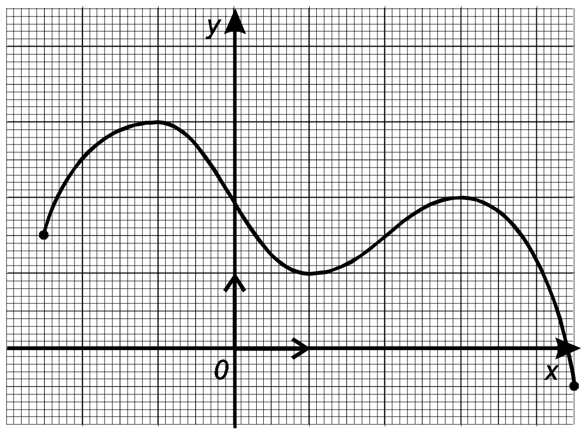


3°) Interprétation du signe de la dérivée :

L'inclinaison d'une tangente par le coefficient directeur(égal au nombre dérivé) est étroitement liée au sens de variation de la fonction : f'(a) > 0 indiquant une croissance ; f'(a) < 0 indiquant une décroissance.

Exercice n°5 :

Déterminer le signe de f '(a) pour a = -2 ; $a=-\frac{1}{2}$; $a=\frac{1}{2}$ et a = 4 pour la fonction f définie par la courbe représentée ci-contre.



Exercice n°6 :

En utilisant le tableau de variation ci-contre, déterminer le signe de f '(-4), f '(0), f '(5)

x	-5	-3	2	7
f	3 ↘	-1 ↗	4 ↘	-3

III) Approximation affine

1°) Activité d'approche :

Exercice n°7 : Etude autour du point de tangence : calcul d'erreur.

Soit les fonctions f et g définies sur [-4,2] par : $f(x) = 2x + 7$ et $g(x) = -x^2 - 2x + 3$.

a) Construire, dans le même repère (prendre 2cm pour unité sur les 2 axes) , la droite D représentant la fonction f et la courbe C représentant la fonction g.

b) Que pouvez vous dire de la droite D ? En déduire g'(-2).

c) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-3	-2,5	-2,1	-2,01	-2	-1,99	-1,9	-1,5	-1
g(x)									
2x + 7									
Erreur									

Complétez la dernière ligne du tableau.
Donner un intervalle sur lequel l'erreur commise en remplaçant g(x) par 2x + 7 semble être inférieure à 0,1.

d) On sait que g'(1) = -4. Tracer la tangente T à C au point B d'abscisse 1 et en donner une équation.

2°) Approximation affine :

Soit C la courbe représentative de la fonction f et (T) la tangente en un point A d'abscisse a à la courbe C.
La droite T admet pour équation y = mx + p.
Définition : **la fonction g définie par g(x) = mx + p est une approximation affine de f au voisinage de a**

3°) **Application directe :**

Exercice n°8 :

La fonction f est déterminée sur [-3,2] par la représentation graphique ci-contre.
T est la tangente à C au point A (-1,-1).

a) Déterminer l'équation de la tangente à C au point A.

b) En déduire f'(-1).

c) Déterminer une approximation affine de f en -1

d) En déduire une valeur approchée de f(-1,02) et f(-0,95).