CHAPITRE ….. POLYNÔMES DU SECOND DEGRE ET REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

I) Définition

1°) Cas général :

On appelle fonction polynôme du second degré toute fonction du type : $x \mapsto ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont trois nombres réels, a étant non nul.

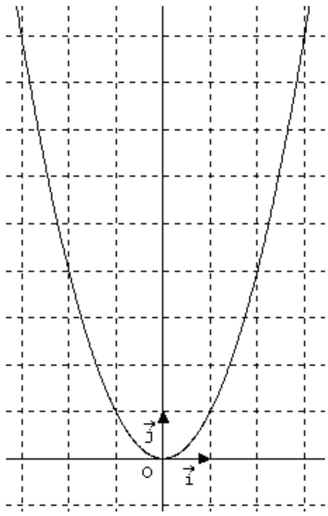
2°) Cas particulier : la fonction « carrée »

a) Définition :

La fonction carré est la fonction *f* définie sur 3 par *f*(*x*) = x^2.
On note cette fonction : f : $3 \to 3$
$x \mapsto x^2$.

b) Tableau de variation de la fonction carré :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		↘	0	↗	



La fonction carré admet un minimum en 0 qui a pour valeur 0.
Autrement dit : pour tout nombre réel x, $x^2 \geq 0$

c) Représentation graphique de la fonction carrée :

La courbe représentative de la fonction « carrée » est une **parabole de sommet l'origine du repère**.
La fonction « carrée » est une fonction **paire :** sa représentation graphique admet l'**axe des ordonnées** pour **axe de symétrie**.

3°) Exemple

***Exercice n°1* :** Soit la fonction définie sur 3 par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$.

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthogonal**.**
a) Programmer la fonction f sur une calculatrice graphique. Faire apparaître la courbe sur l'écran (choisir correctement le pas). Décrire la courbe (coordonnées du sommet, équation de l'axe de symétrie)
b) Construire C (prendre 1 cm comme unité sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).
c) Résoudre graphiquement :

- $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$
- $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 > 0$
- $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 < 0$

4°) Propriété :

La représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré du type $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a≠0 est **une parabole.**
Les branches de cette parabole :
- sont " tournées vers le haut" lorsque a est strictement positif
- sont " tournées vers le bas " lorsque a est strictement négatif

II) Savoir résoudre graphiquement des équations et des inéquations du second degré

1°) *Exercice n°2* : Soit le polynôme $f(x) = -x^2 - 2x + 3$.
a) Comment appelle-t-on la courbe C représentative de f ? Donnez son allure.
b) Construire C dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (prendre 1 cm comme unité sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées). Donnez les coordonnées du sommet et l'axe de symétrie de C.
c) En utilisant la courbe représentative de f(x) = $-x^2 - 2x + 3$, résoudre graphiquement :

- $-x^2 - 2x + 3 = 0$
- $-x^2 - 2x + 3 > 0$
- $-x^2 - 2x + 3 < 0$

2°) Cas général :

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a ≠ 0
Résoudre graphiquement l'équation P(x) = 0 revient à chercher les abscisses des points d'intersection de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, avec l'axe des abscisses.

Résoudre graphiquement l'inéquation P(x) ≥ 0 revient à chercher les abscisses des points de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, situés au dessus ou sur l'axe des abscisses.

3°) ***Exercice n°3*** : Refaire l'exercice 2 en remplaçant f(x) = $-x^2 - 2x + 3$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$