TD n° …. Equations de droites

I) Rappels

1°) Caractérisation analytique d'une droite.

Théorème n°1 :

Dans un repère du plan, toute droite :
- parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation dite réduite de la forme : x = k où k est un réel.
- non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation dite réduite de la forme y = mx + p où m et p sont des réels.
  m est le coefficient directeur de cette droite.
  p est l'ordonnée à l'origine (c'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées).

2°) Coefficient directeur :

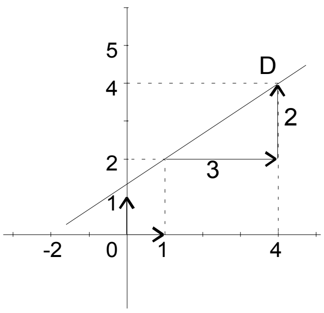
a) Théorème n°2 :

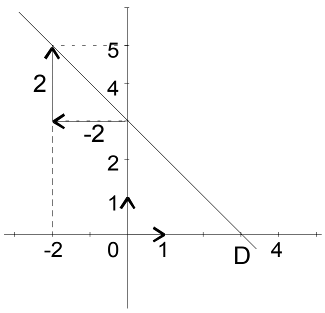
Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(0, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Soit une droite D non parallèle à l'axe des ordonnées.

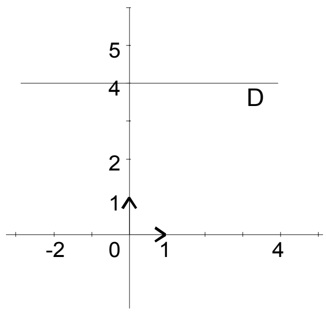
Si $M_1(x_1, y_1)$ et $M_2(x_2, y_2)$ sont deux points de D d'abscisses différentes, alors D a pour coefficient directeur : $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ et a pour équation réduite $y = m(x - x_1) + y_1$

Ce que l'on exprime aussi par : *coefficient directeur* = $\dfrac{\textit{Différence des ordonnées}}{\textit{Différence des abscisses}}$

b) Remarque : le coefficient directeur d'une droite mesure son inclinaison par rapport à l'axe des abscisses







$a_1 = \dfrac{2}{3}$: coefficient directeur positif $\quad a_2 = \dfrac{2}{-2} = -1$: coefficient directeur négatif $\quad a_3 = 0$: coefficient directeur nul

Attention : une droite parallèle à l'axe des ordonnées n'a pas de coefficient directeur, ni d'ordonnée à l'origine.

II) Ce qu'il faut savoir faire

1°) **Calculer le coefficient directeur, s'il existe, d'une droite connaissant deux de ses points :**

Exercice n°1 **:** calculer, s'il existe, le coefficient directeur de la droite (AB) dans chacun des cas suivants :
- A(0, 1) et B(-3, 2)
- A(2, 2) et B(-5, 2)
- A(3, 2) et B(3, 4)

2°) **Déterminer l'équation réduite d'une droite définie par un point A et son coefficient directeur m**

Exercice n°2 **:** Déterminer une équation de la droite D passant par le point A donné et de coefficient directeur m donné.
- A(-1, 2) m = 2
- A(2,3) $m = -\dfrac{1}{2}$

3°) **Construire une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur**

Exercice n°3 **:** Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
On considère le point A de coordonnées (-2 ; -1).
Construire les droites D_1, D_2 passant par A et de coefficients directeurs respectifs : 0, -2.
Construire la droite D_3 de coefficient directeur $-\dfrac{1}{3}$ et d'ordonnée à l'origine 1

4°) **Lire le coefficient directeur d'une droite sur un graphique**

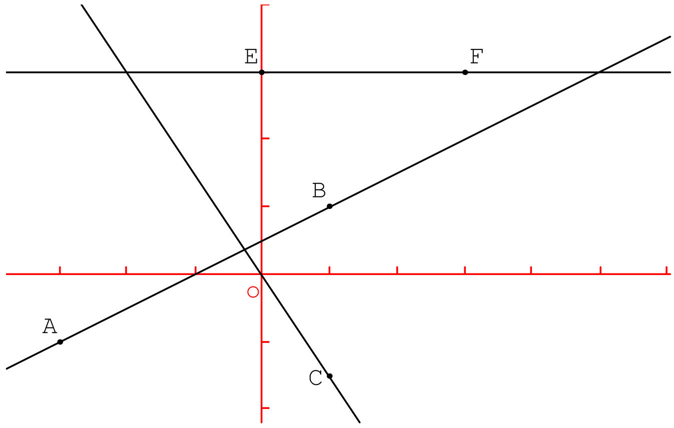
Méthode : Choisir deux points A et B sur la droite qui sont sur des « nœuds du quadrillage ».
Se déplacer de A vers B par la méthode de l'escalier (horizontalement puis verticalement)
En déduire le coefficient directeur

TD n° …. Equations de droites

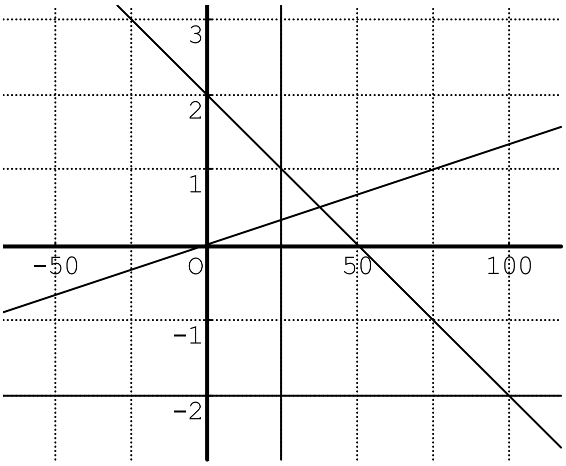
a) 1er cas : repère orthogonal

Exercice n°4 **:**
Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère sur la figure ci-contre les droites (AB) , (OC) , (EF) , (FG).

Pour chacune d'elles déterminer le coefficient directeur puis son équation réduite.



b) 2ième cas : repère orthogonal



exercice n°5 : le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$
Déterminer l'équation réduite de chacune des droites D_1, D_2, D_3 et D_4.

5°) **Déterminer une équation de droite connaissant deux de ses points**.

Exercice n°6:
a) Déterminer une équation de la droite (AB) avec A(1 ; 3) et B (1 ; 4).
b) Déterminer une équation de la droite (EF) avec E(1 ; 2) et F (3 ; 1).

6°) **Reconnaître une équation de droite** :

a) *Exercice n°7* : Soit E l'ensemble des points dont les coordonnées (x ; y) vérifient l'équation $6x - 4y = 10$.
Montrer que E est un droite dont on précisera le coefficient directeur.

b) Remarque : Une droite n'a pas une seule équation.
La droite d'équation $y = 2x + 1$ a aussi pour équation $2y = 4x + 2$ ou $2x - y + 1 = 0$.

c) **Théorème n°3** :

Soit a, b et c trois réels avec $(a,b) \neq (0,0)$, c'est à dire a et b non nuls simultanément. Dans le plan muni d'un repère, l'ensemble des points M (x ; y) tels que $ax + by + c = 0$ est une droite d. On dit que $ax + by + c = 0$ est une équation cartésienne de d. Elle peut être mise sous l'une des deux formes : $y = m x + p$; $x = k$.

d) *Exercice n° 8* : Soit d_1 la droite d'équation $2x + 3y - 4 = 0$.
Déterminer son équation réduite, son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.
Soit d_2 la droite d'équation : $5x - 6 = 0$. déterminer son équation réduite.

7°) **Construire une droite à partir d'une équation**.

Exercice n° 9 **:** Tracer les droites

a) d_3 d'équation $y = 2x+3$ b) d_4 d'équation $y = 4$ c) d_5 d'équation $x = -2$

d) d_6 d'équation $2x+3y+3 = 0$ e) d_7 d'équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ (on peut utiliser deux méthodes différentes) .

8°) **Déterminer si un point appartient à une droite**.
Exercice n°10 : Soit E (7 ; -1), déterminer si le point E appartient aux droites de l'exercice n°9.

III) Droites parallèles :

1°) Propriété :

Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la droite *d* a pour équation $y = mx + p$ et la droite *d* ', $y = m'x + p'$. Dire que *d* et *d* ' sont parallèles équivaut à dire que $m = m'$.

Autrement dit :

Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

Remarque :
Pour m = m' : Si p = p' alors d et d' sont confondus.
Si $p \neq p'$ alors d et d' sont strictement parallèles.

2°) **Déterminer la position relative de deux droites** (c'est à dire déterminer si deux droites sont sécantes ou parallèles) :

Exercice n° 11 : Dans chacun des cas suivants, déterminer la position relative des deux droites d et d ' .
a) d a pour équation x = 2 et d' a pour équation x = -5 .
b) d a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 4$ et d' a pour équation x = 5.
c) d a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 4$ et d' a pour équation $y = -\frac{54}{81}x + 5$.

3°) **Déterminer l'équation d'une droite parallèle à une droite donnée** :

Exercice n° 12 : Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation réduite de la droite *d '*
a) d *est* la droite d'équation $3x - 5y = 10$. La droite *d '* est parallèle à *d* et passe par A (2 ; 3).
b) Soient B (1 ; 4) et C (-5 , 0). *d ' est* parallèle à la droite *(BC)* et passe par A (- 2 ; -3).