TD n°..... : SAVOIR TRANSFORMER DES ECRITURES

\\Pc2\c2\Mes documents PC2\AL_PC2\Secondes\Cours Secondes\Les bases d'algèbre\transformer_des_ecritures.doc

I) Expressions algébriques

1°) Reconnaître la forme d'une expression algébrique (somme, produit, carré, différence de deux carrés).

Exercice n°1 : Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme de termes ou d'un produit de facteurs :

$$f(x) = x(3x - 1) \quad g(x) = 5(-2x + 4) + 8x \quad k(x) = x^2 - 7x + 9 \quad h(x) = (x - 5)^2 \quad i(x) = (2x - 1)^2 - (x - 5)^2$$

Remarques : toute différence peut-être vue comme une somme : $a - b = a + (-b)$

$$\text{tout quotient peut-être vu comme un produit : } \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

2°) Choisir l'écriture algébrique la mieux adaptée.

Exercice n°2 : Observer les trois expressions algébriques ci-dessous et répondre aux questions :

$$A(x) = (8 - x)(x + 5) ; B(x) = (x - 4)^2 + 3 ; C(x) = 2x^2 - 5x + 3.$$

Laquelle de ces trois expressions :

- a) s'annule pour $x = 8$
- b) est égale à 3 pour $x = 0$.
- c) peut-être considérée comme une somme de deux carrés.
- d) est toujours plus grande que 3.

3°) **Définition :** la valeur numérique d'une expression algébrique est le nombre obtenu, s'il existe lorsqu'on remplace les lettres par des nombres :

Exercice n°3 : Calculer, lorsque c'est possible, les valeurs numériques de l'expression donnée, pour les valeurs indiqués des

variables : $f(x) = \frac{x + y}{x^2 - 4}$ a) $x = 3$ et $y = -3$. b) $x = 2$ et $y = -2$. c) $x = 0$ et $y = 0$.

II) Développer

1°) Règles de distributivité

Egalité 1 : pour tous nombres a, b, c : $a(b + c) = ab + ac$
 $a(b - c) = ab - ac$

Lorsque l'on passe de $a(b + c)$ à $ab + ac$, on dit que l'on **développe** un produit.

Pour tous nombre a, b, c , et d : $(a + d)(b + c) = ab + ac + db + dc$
 $(a - d)(b - c) = ab - ac - db + dc$

2°) Connaître et utiliser les règles de distributivité

Exercice n°4 : développer en utilisant les règles de distributivité

• $A(x) = 2(3x + 5)$ • $B(x) = (-4)(-2x - 1)$ • $C(x) = (a + 3)(c + 2)$ • $D(x) = 3 + a(2a - 1)$ • $E(x) = (x - 3)(x^2 - x + 3)$

3°) Reconnaître les identités remarquables :

Egalité 2 : pour tous nombres a et b : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Egalité 3 : pour tous nombres a et b : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Egalité 4 : pour tous nombres a et b : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exercice n°5 :

a) Développer et réduire

$$(2a - 3)^2 \quad (5 - 3x)(5 + 3x) \quad (1 - x)^2 \quad (x - 1)^2 \quad (3x - 2)^2$$

b) Compléter les égalités de la façon la plus simple possible :

$$(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25 \quad (\dots - 2a)^2 = \dots - 12a + \dots \quad (\dots - 1)^2 = \dots - 8x + \dots$$

$$(\dots + \dots)^2 = 4a^2 + \dots + 16 \quad (\dots + \dots)^2 = 25x^2 + 20x + \dots \quad 3(\dots + \dots)^2 = 27x^2 + \dots + 3$$

Exercices n° 20 et 21 page 298.

4°) Supprimer des parenthèses :

Lorsque l'on ajoute ou supprime dans une écriture des parenthèses précédées d'un signe -, on change le signe des termes intérieurs à ces parenthèses.

$$a - (b + c - d) = a - b - c + d \quad a - (-b - c + d) = a + b + c - d$$

TD n°..... : SAVOIR TRANSFORMER DES ECRITURES

\\Pc2\c2\Mes documents PC2\AL_PC2\Secondes\Cours Secondes\Les bases d'algèbre\transformer_des_ecritures.doc

Au contraire, pour des parenthèses qui ne sont pas précédées d'un signe -, il n'y a pas de changement des termes intérieurs aux parenthèses.

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d$$

$$a + (-b - c + d) = a - b - c + d$$

Exercice n°6 : simplifier

$$F = -(-1 + a) + (3 - a) - (7 - a) + (-a + 2)$$

$$G = 3(2a + b) + 2(b - 3 - 3a) - 3(b - 2)$$

$$H = (3x - 4)(2x - 1) - (2x - 6)(x + 4)$$

$$I = (2x - 1)^2 - (3x - 2)(3x + 2) - (x - 4)(3x - 1) \quad J = \frac{2x - 4}{3} - \frac{x + 1}{2} - 1$$

Pour s'entraîner : exercices n°16 page 297, 18 et 19 page 298, exercices n°13 à 15 page 21, exercice n°3 page 92.

5°) Montrer une égalité :

Exercice n°7 : Montrer que pour tout réel x on a : $(x + 3)^2 + x^2 = 2x(x + 3) + 9$. Pour s'entraîner : exercices n°59 b), 62 et 63 page 25.

III) Factoriser :

Lorsque l'on passe de $ab + ac$ à $a(b + c)$, on a repéré a comme facteur commun aux deux termes de la somme $ab + ac$, on dit que l'on **factorise** cette somme.

Exercice n°8 :

On peut factoriser :	un nombre	Factoriser	a = 12x - 8y		
	une variable	Factoriser	b = 3x ² - 8xy		
	un produit	Factoriser	c = 27a ² b + 40 a ³ b ²	d = 2xy - 2x	e = 125x ⁵ - 625x ³ - 25x ²
	une expression	Factoriser	f = (x + 5)(10x + 3) + (x + 5)(8x + 11)		g = (x + 3)(2x - 1) + (x + 3)
			h = (4x + 5)(2x + 1) - (4x + 5)(2 + 3x)		i = (x - 5) ² - 3(x - 5)(2x - 5)

Il se peut que le facteur commun soit camouflé :

$$\text{Factoriser } j = (5x - 3)(x + 5) + 2x + 10$$

$$k = (2x - 3)(x - 1) - (3 - 2x)(x - 3)$$

$$l = (4x - 5)(x - 3) + (20x - 25)(x + 1) + (5 - 4x)(3 - x)$$

$$m = (x - 3)(2x + 1) - x + 3$$

S'il n'y a pas de terme à factoriser, il faut penser aux égalités remarquables :

$$\text{Factoriser } n = 4x^6 - 12x^3 + 9$$

$$o = 9x^2 + 30x + 25$$

$$p = 16x^2 - 81$$

$$q = (3x - 5)^2 - (5x + 1)^2$$

$$r = (2x + 3)^2 - 9(x - 5)^2$$

Pour s'entraîner : exercice n° 22 page 298, exercices n°16 et 19 page 21.

Factoriser en combinant plusieurs méthodes :

$$s = (x^2 - 2x + 1) - (x - 1)(2x + 3) \quad t = (4x^2 - 25)(x + 2) - (x^2 - 4)(2x + 5) + (4x + 8)(2x + 5) \quad u = (x - 3)(2x - 1) - x^2 + 6x - 9$$

Pour s'entraîner : exercices n°23 et 24 page 299, exercices n°17, 18 20 page 21, exercice n°4 page 92

IV) Equations "produits":

1°) Théorème :

**Théorème : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul
Ou encore : dire que $ab = 0$ revient à dire que $a = 0$ ou $b = 0$**

Application à la résolution d'équations : si l'équation peut être ramenée à un produit de facteurs égal à 0, alors on utilise le théorème.

Exercice n°9 : résoudre les équations

$$(7x - 3)(5 + x) = 0$$

$$(3x - 1)(x - 3) = (x - 3)^2$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$(x - 5)(3x - 2) - (x - 5)(2x - 1) = 0$$

$$(2x - 1)(x + 1) = 5x + 5$$

$$(4x - 12) - (x - 3)^2 = 0$$

Pour s'entraîner : exercices n°68 à 71 page 26.

2°) Reconnaître différentes écritures d'une même expression et choisir la forme la plus adaptée au travail demandé.

Exercice n°10 : $g(x) = -3(x - 3)^2 + (x - 3)(4x + 3) - 3x + 9$

a) Développer réduire et ordonner g(x)

b) Factoriser g(x).

c) Calculer g().

d) En choisissant les formes adéquates, résoudre l' équations : g(x) = 0 et g(x) = -27